# Équation différentielle 2ème partie Terminale S

Définition : On appelle **équation différentielle** le problème consistant à rechercher les éventuelles fonctions, appelées solutions de l'équation et traditionnellement notées *y(x)*, vérifiant une relation donnant, en tout point *x* de l'intervalle I de définition de *y*, la dérivée *y ' (x)* en fonction des réels *x* et *y(x*). Cette relation peut être complétée par une condition initiale, imposant à ces fonctions *y* de prendre une valeur réelle donnée *c* en un point *a* de I ( *y(a) = c*).

Rq : Une équation différentielle peut n'avoir aucune solution, ou au contraire en posséder plusieurs, voire une infinité.

1. **Equation différentielle *y ' = ay***

**Théorème**  **ROC** : Soit *a* un réel donné non nul. L'ensemble des solutions, dans, de l'équation différentielle *y ' = ay* est l'ensemble des fonctions *f* telles que *f(x)* = C *eax* où C est une constante réelle quelconque. Quels que soient les réels *x0* et *y0*, l'équation différentielle *y ' = ay*  admet une unique solution telle que *f(x0) = y0* .

Exercice 1 : Résoudre dans  : 3*y* ' - 5*y* = 0 et *y(1) = 2*

1. **Equation différentielle *y ' = ay +b***

C’est une équation différentielle linéaire du premier ordre, à coefficients constants.

**Théorème : ROC** Soient *a* et *b* deux réels non nuls et un point A ( *x0* ; *y0* ).

L'équation différentielle *y ' = a y + b* admet, dans  , une unique solution *f* telle que  et dont la courbe passe par le point A. On calcule la constante C en exprimant *f(x0)= y0* .

( -b/a est une solution particulière de *y ' =ay+b*  et C*eax* est une solution générale de *y ' = ay* )

Exercice 2 : a) Résoudre l'équation différentielle *y* ' -2 *y* + 3 = 0 .

b) Déterminer l'unique solution *f* telle que *f (2) = 1*.

Exercice 3 : Soit l'équation différentielle ( E ) : 

1. Montrer que la fonction *f0* définie sur ℝ par *f0*(*x*) = (2*x*+5) e2*x* est une solution de l'équation ( E ).
2. Résoudre l'équation différentielle ( E1 ) : 
3. a) Montrer que *f0 + u* est solution de ( E ) si et seulement si *u* est solution de ( E1 ).

b) En déduire toutes les solutions de ( E )

1. Déterminer la solution *f* de ( E ) telle que la tangente en 0 à la courbe de *f* a un coefficient directeur égal à 2.