

Contenus mathématiques :

- Fréquences
- Simulation d'échantillonnage
- Intervalle de fluctuation

Contenus en Python :

- Instructions conditionnelles, Boucles
- Utilisation de listes
- Utilisation du module graphique, paramétrages, fenêtres multiples

1/ Réaliser une simulation :

Dans son sac de 100 billes, Bart affirme que 25 sont jaunes et 75 sont rouges.
Lisa souhaite vérifier les dires de Bart.

- a. Proposer une méthode à Lisa pour vérifier ces proportions.

Tirer au hasard et avec remise une bille du sac un grand nombre de fois et calculer la fréquence d'apparition de billes jaunes.

- b. Protocole de simulation :

Tirer une bille parmi 100 dans lesquelles 25 sont jaunes et 75 sont rouges revient à tirer un numéro au hasard parmi 100. On peut, par exemple, attribuer les numéros 1 à 25 aux billes jaunes ce qui correspond bien à une proportion de 25%.

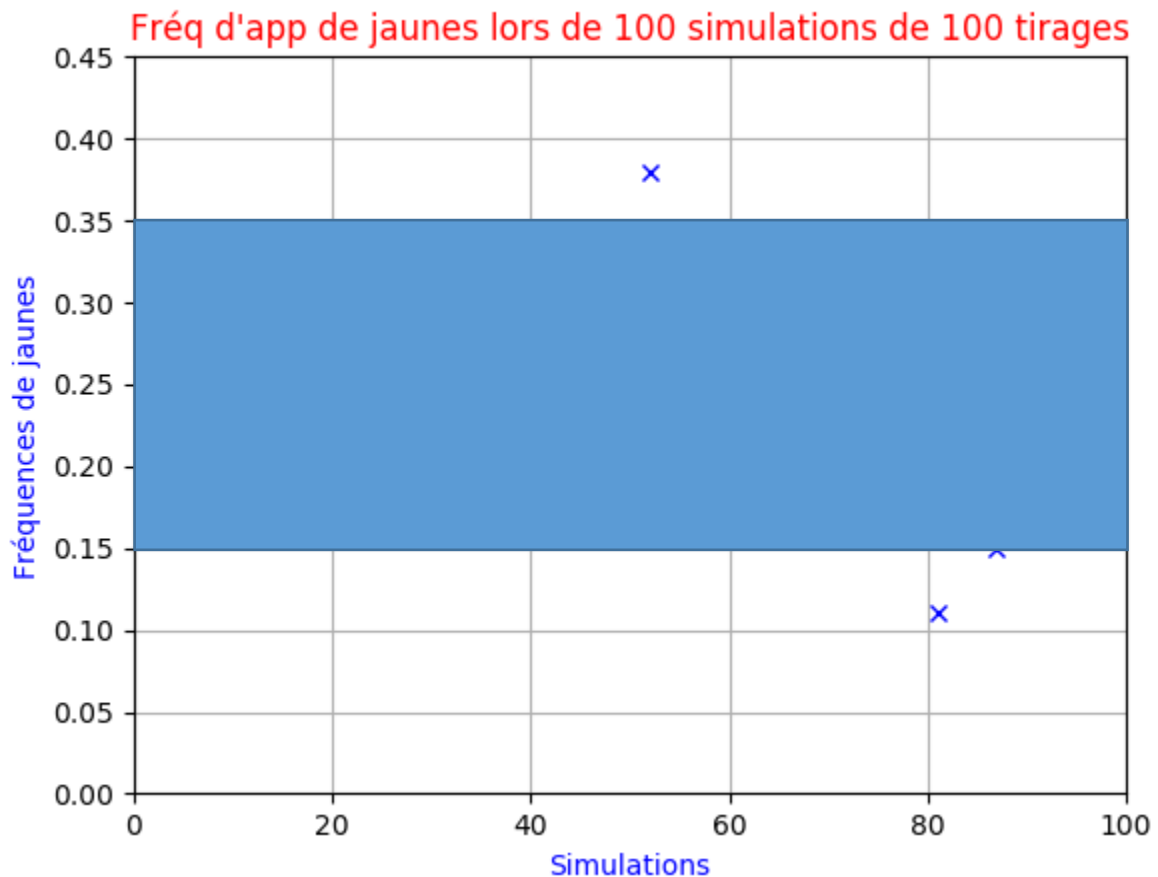
Le programme ci-dessous (fichier « **Simulation - Intervalle de fluctuation.py** ») permet de simuler 100 fois cent tirages d'une bille parmi 100 dans lesquelles 25 seraient jaunes.

```
from lycee import *
##Création de la liste des abscisses
abscisses=[]
for i in range(100):
    abscisses.append(i)      #abscisses est la liste [0,1,2,...,99]

##Création de la liste des ordonnées
ordonnees=[]
for i in range(100):
    nb_jaune=0
    for j in range(100):
        alea=randint(1,100)
        if alea<=25:
            nb_jaune=nb_jaune+1
    ordonnees.append(nb_jaune/100)      #liste de la fréquence de boules jaunes

##Partie graphique
repere.clf()                                #Efface le graphique
repere.axis([0.05,100,0,0.45])             #Bornes de la fenêtre
repere.grid(True)                          #Affiche la grille
repere.xlabel("Simulations",color="blue")   #Affiche la légende en abs
repere.ylabel("Fréquences de jaunes",color="blue")
repere.title("Fréq d'app de jaunes lors de 100 simulations de 100 tirages",
color="red")                               #Affiche le titre
repere.plot(abscisses,ordonnees,"bx")      #Trace le nuage de points
repere.show()                             #Affiche le graphique
```

Les résultats de 100 simulations sont représentés sur le graphique suivant :



Autour de quelle fréquence théorique semblent s'accumuler les fréquences de billes jaunes ?

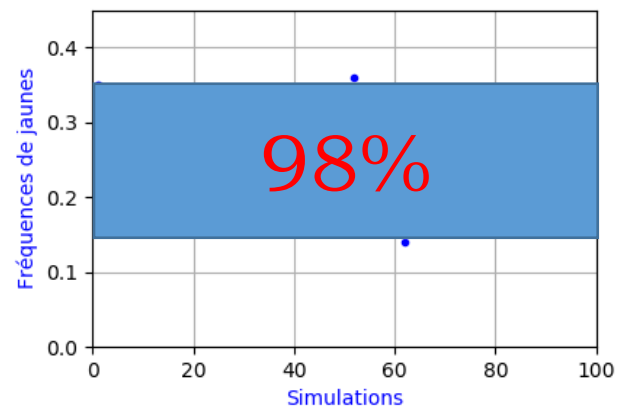
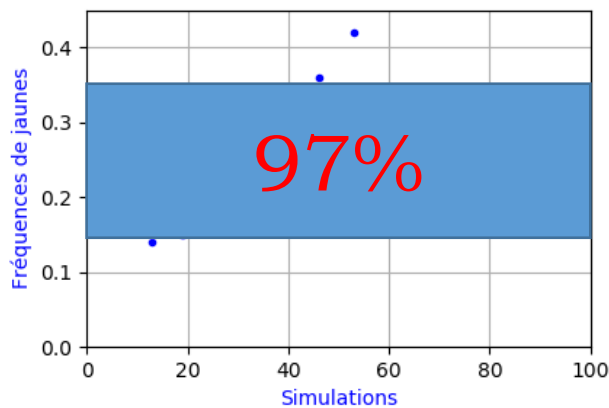
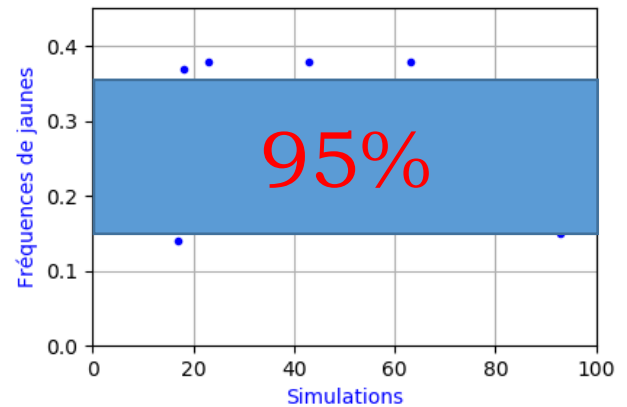
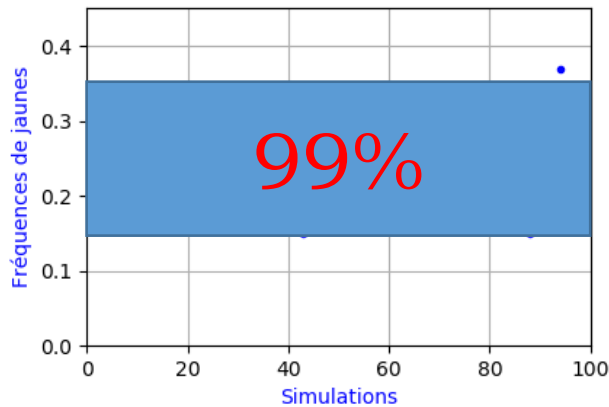
2/ Découvrir un intervalle de fluctuation :

- a. A partir du graphique précédent, calculer la proportion de points situés dans la bande horizontale délimitée par les ordonnées 0,15 et 0,35 (incluses).

2 fréquences sont hors de la bande 0,15-0,35 soit

98% des fréquences appartiennent à l'intervalle 0,15-0,35

- b. Dans les simulations précédentes, on a au moins 95% des fréquences de billes jaunes qui appartiennent à l'intervalle $[0,15 ; 0,35]$.
Vérifier si cela est toujours le cas dans les simulations suivantes :



- c. • Simplifier les bornes de l'intervalle $\left[0,25 - \frac{1}{\sqrt{100}}; 0,25 + \frac{1}{\sqrt{100}}\right]$. Que retrouve-t-on ?
- Que représentent 0,25 et 100 dans l'intervalle précédent ?

[0,15 ; 0,35]

On retrouve les bornes de la bande

0,25 est la fréquence de billes jaunes, 100 le nombre de billes

On dit que l'intervalle [0,15 ; 0,35] est **un intervalle de fluctuation** au seuil de 95% des fréquences de billes jaunes.

3/ Amélioration du programme :

Compléter le programme pour qu'il affiche lors des simulations la proportion de fréquences de billes jaunes comprises entre 0,15 et 0,35.

```
##Calcul des fréquences dans [0,15;0,35]
n=0
for i in range(len(ordonnees)): #i allant de 1 à la long de la liste ordonnees
    if ordonnees[i]<0.15 or ordonnees[i]>0.35:
        n=n+1
print(100-n,"% de fréquences dans [0,15;0,35]")
```

Programme avec l'affichage multifenêtre :

```
from lycee import *

def simulation():
    ##Création de la liste des abscisses
    abscisses=[]
    for i in range(100):
        abscisses.append(i)      #abscisses est la liste [0,1,2,...,99]

    ##Création de la liste des ordonnées
    ordonnees=[]
    for i in range(100):
        nb_jaune=0
        for j in range(100):
            alea=randint(1,100)
            if alea<=25:
                nb_jaune=nb_jaune+1
        ordonnees.append(nb_jaune/100) #liste de la fréquence de boules jaunes

    ##Partie graphique
    repere.axis([0.05,100,0,0.45])      #Bornes de la fenêtre
    repere.grid(True)                   #Affiche la grille
    repere.xlabel("Simulations",color="blue") #Affiche la légende en abscisses
    repere.ylabel("Fréquences de jaunes",color="blue")
    repere.plot(abscisses,ordonnees,"b.") #Trace le nuage de points

repere.subplot(221)      #Positionne le 1er tracé dans la partie 1 du cadre 2x2
simulation()
repere.subplot(222)
simulation()
repere.subplot(223)
simulation()
repere.subplot(224)
simulation()
repere.show()            #Affiche le graphique
```