

**Contenus mathématiques :**

- PGCD de deux nombres
- Somme et produit de deux fractions
- Priorités opératoires

**Compétences en algorithmique :**

- Découper un problème en sous problèmes
- Reconnaître des schémas
- Réutiliser des algorithmes déjà programmés

**Contenus en Python :**

- Création et utilisation de fonctions en Python avec paramètres
- Boucles
- Utilisation de listes

**1/ Somme et produit de deux fractions :**

- a.  $\frac{a}{b}$  et  $\frac{c}{d}$  étant deux fractions ( $b \neq 0$  et  $d \neq 0$ ), écrire sous la forme d'une seule fraction

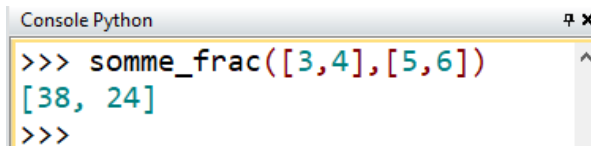
$$\text{La somme : } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$\text{Le produit : } \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

- b. Ecrire une fonction `somme_frac` qui :

- prend en entrée deux fractions  $\frac{a}{b}$  et  $\frac{c}{d}$  notées sous forme de liste `[a,b]` et `[c,d]`
- retourne la somme  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$  sous forme `[m,n]`, `m` étant le numérateur et `n` le dénominateur

Par exemple :



```

Console Python
>>> somme_frac([3,4],[5,6])
[38, 24]
>>>
  
```

```

def somme_frac(f1,f2):
    return([f1[0]*f2[1]+f1[1]*f2[0],f1[1]*f2[1]])
  
```

Aide : lorsque `L` désigne une liste, son 1<sup>er</sup> élément est `L[0]`.

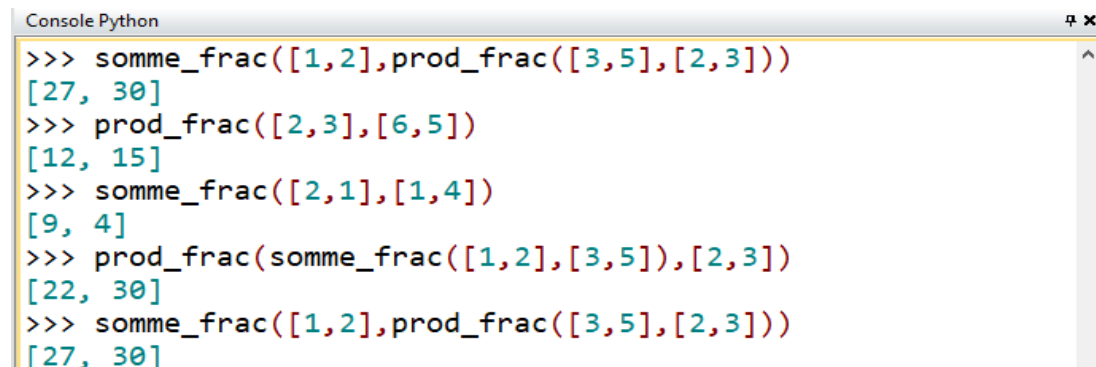
- c. Même question avec une fonction `prod_frac(f1,f2)` qui retourne le produit  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$ .

```

def prod_frac(f1,f2):
    return([f1[0]*f2[0],f1[1]*f2[1]])
  
```

- d. Utiliser les fonctions précédentes pour calculer les expressions :

$$A = \frac{2}{3} \times \frac{6}{5} \quad ; \quad B = 2 + \frac{1}{4} \quad ; \quad C = \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{5}\right) \times \frac{2}{3} \quad ; \quad D = \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{3}$$



```

Console Python
>>> somme_frac([1,2],prod_frac([3,5],[2,3]))
[27, 30]
>>> prod_frac([2,3],[6,5])
[12, 15]
>>> somme_frac([2,1],[1,4])
[9, 4]
>>> prod_frac(somme_frac([1,2],[3,5]),[2,3])
[22, 30]
>>> somme_frac([1,2],prod_frac([3,5],[2,3]))
[27, 30]
  
```

**2/ Simplification d'une fraction :**

- a. On appelle « PGCD » de deux nombres entiers le plus grand diviseur commun à ces nombres. Par exemple,  $\text{PGCD}(27 ; 18) = 9$  et  $\text{PGCD}(30 ; 56) = 6$ .  
Quelle utilisation peut-on en faire avec une fraction ?

Simplifier une fraction au maximum

- b. La fonction ci-dessous permet de déterminer le PGCD de deux nombres.

```
def pgcd(a,b):
    while a%b != 0:    #a%b retourne le reste de la division entière de a par b
        a,b = b,a%b    #PGCD(a,b)=PGCD(b,Reste de la division entière de a par b)
    return(b)
```

Saisir cette fonction puis déterminer :

$\text{PGCD}(45 ; 60)$ ,  $\text{PGCD}(231 ; 360)$  et  $\text{PGCD}(1728 ; 1260)$ .

```
Console Python
>>> pgcd(45,60)
15
>>> pgcd(231,360)
3
>>> pgcd(1728,1260)
36
```

- c. Ecrire une fonction `frac_irred` qui prend en argument une fraction `f` et utilise la fonction `pgcd(a,b)` pour retourner la fraction `f` sous forme irréductible.

```
def frac_irred(f):
    return([f[0]/pgcd(f[0],f[1]),f[1]/pgcd(f[0],f[1])])
```

- d. Ecrire les fonctions `somme_frac_simp` et `prod_frac_simp` qui retournent la somme et le produit sous forme irréductible.

```
def somme_frac_simp(f1,f2):
    return(frac_irred(somme_frac(f1,f2)))

def prod_frac_simp(f1,f2):
    return(frac_irred(prod_frac(f1,f2)))
```

- e. Calculer  $A = \frac{2}{3} \times \frac{6}{5}$  ;  $B = 2 + \frac{1}{4}$  ;  $C = \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{5}\right) \times \frac{2}{3}$  ;  $D = \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{3}$

```
Console Python
>>> prod_frac_simp([2,3],[6,5])
[4.0, 5.0]
>>> somme_frac_simp([2,1],[1,4])
[9.0, 4.0]
>>> prod_frac_simp(somme_frac([1,2],[3,5]),[2,3])
[11.0, 15.0]
>>> somme_frac_simp([1,2],prod_frac([3,5],[2,3]))
[9.0, 10.0]
```

Ensemble des fonctions utilisées dans l'activité :

```
1 def somme_frac(f1,f2):
2     return([f1[0]*f2[1]+f1[1]*f2[0],f1[1]*f2[1]])
3
4 def prod_frac(f1,f2):
5     return([f1[0]*f2[0],f1[1]*f2[1]])
6
7 def pgcd(a,b):
8     while a%b != 0:  #a%b retourne le reste de la division entière de a par b
9         a,b = b,a%b  #PCDG(a,b)=PGCD(b,Reste de la division entière de a par b
10    return(b)
11
12 def frac_irred(f):
13    return([f[0]/pgcd(f[0],f[1]),f[1]/pgcd(f[0],f[1])])
14
15 def somme_frac_simp(f1,f2):
16    return(frac_irred(somme_frac(f1,f2)))
17
18 def prod_frac_simp(f1,f2):
19    return(frac_irred(prod_frac(f1,f2)))
```