

Tangentes à deux courbes

Énoncé

Soit \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 les courbes d'équations respectives $y = e^x$ et $y = e^{-x}$ dans un repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$ orthonormal du plan.

Soit a un nombre réel quelconque. On désigne respectivement par M et N les points de \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 d'abscisse a et par (T_1) et (T_2) les tangentes à \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 en M et N .

Les droites (T_1) et (T_2) coupent respectivement l'axe des abscisses en P et Q .

1. Avec un logiciel de géométrie dynamique (ou une calculatrice graphique) construire les courbes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 et les droites (T_1) et (T_2) . Que peut-on remarquer pour les droites (T_1) et (T_2) ?

Appeler le professeur pour lui montrer le graphique créé et lui indiquer la conjecture faite au sujet de (T_1) et de (T_2) .

2. À l'aide du logiciel émettre une conjecture à propos de la longueur du segment $[PQ]$.

Appeler le professeur pour lui présenter la conjecture et la démonstration envisagée.

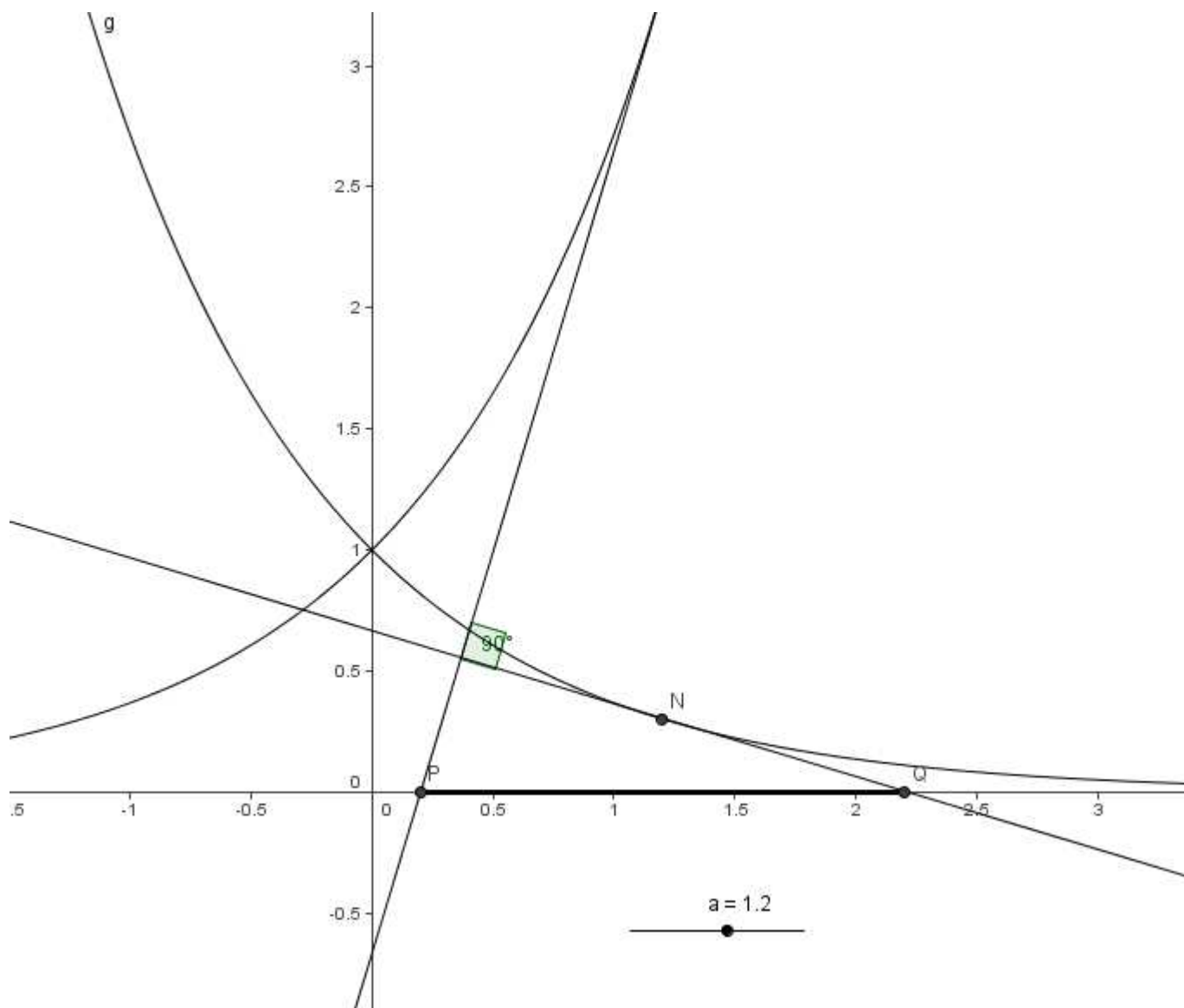
3. Démontrer la conjecture émise à la question 2.

Production demandée

- Exposé oral de la méthode de construction de la figure adaptée à la situation ;
- Exposé oral des conjectures ;
- Exposé de la méthode choisie pour démontrer la dernière conjecture.

Quelques commentaires personnels sur la fiche 006 2008

TANGENTES A DEUX COURBES



- 1) On pourra utiliser un curseur (de -10 à 10) ou placer M et trouver N comme intersection de la seconde courbe avec la perpendiculaire en M à l'axe des abscisses.

Les tangentes se construisent avec $\text{Tangente}[M,f]$ et $\text{Tangente}[N,g]$.

- 2) Les deux vecteurs directeurs $(1 ; \exp(x))$ et $(1 ; -\exp(-x))$ sont normaux puisque $1 \cdot 1 + \exp(x) \cdot (-\exp(-x)) = 0$

- 3) D'autre part avec $P(x-1 ; 0)$ et $Q(x+1 ; 0)$ on calcule $PQ = x+1 - (x-1) = 2$

Conclusion : sujet facile

Numéro du sujet : 006 Année 2008

Titre : Tangentes à deux courbes

Nom Prénom :

NOTE :

Examineur :

Établissement :

On ne cherchera pas à noter chacune des compétences. Pour établir la note finale on prendra en compte les performances globales du candidat en respectant la grille de lecture suivante :

La capacité à expérimenter (qui prend en compte de façon dialectique les performances dans l'utilisation des outils et la faculté de proposer des conjectures) doit représenter les trois quarts de la note finale.

La capacité à rendre compte des résultats établis à partir de cette expérimentation (démonstration, argumentation ...) représentera le quart restant.

La capacité à prendre des initiatives et à tirer profit des échanges avec l'examineur sera globalement prise en compte de façon substantielle.

Il n'est pas nécessaire qu'une compétence soit totalement maîtrisée pour être considérée comme acquise.

Les exemples cités ci-dessous ne sont pas exhaustifs.

Compétences évaluées	Éléments permettant de situer l'élève (à remplir par l'examineur)
<p>L'élève est capable de représenter la situation (figure dynamique, feuille de calcul, courbe...) à l'aide des TICE. L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral.</p>	<p>Cela pourrait reprendre, sur environ 6 points : Le tracé des 2 courbes Curseur a M et N sur les courbes Tracé des 2 tangentes</p>
<p>L'élève est capable d'expérimenter, de faire des essais... Il utilise de façon pertinente la calculatrice ou les outils informatiques... Il est capable d'émettre une conjecture en cohérence avec ses essais. L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral.</p>	<p>Cela pourrait reprendre, sur environ 6 points : Point P et Q Affichage ou tracé de [PQ] Conjecture tangente Conjecture PQ</p>
<p>Suite à un éventuel questionnement oral, l'élève est capable d'affiner ses explorations en utilisant pertinemment les TICE. Il fait preuve d'esprit critique avec un retour éventuel sur sa conjecture. L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral.</p>	<p>Cette partie pourrait être globalisée par 3 points, répartis sur toute l'heure, tenant compte « de sa manière de s'approprier les remarques de l'examineur pour corriger ses « erreurs », affiner sa conduite de l'expérimentation dans le but d'aboutir à la bonne réponse » Si l'élève n'a besoin d'aucune aide et est très autonome, les 3 points lui seront attribués.</p>
<p>L'élève montre un certain nombre de connaissances, de savoir faire mathématiques sur le sujet.</p>	<p>L'exposé oral de la démarche (comment il va démontrer sa conjecture ?) doit permettre à l'élève d'avoir une bonne partie des 5 points de la partie démonstration = 3 points.</p>
<p>L'élève propose une résolution correcte de l'exercice et il est capable d'émettre un retour critique sur ses observations.</p>	<p>Rédaction écrite = 2 points</p>

Autres observations :

Suggestion de feuille récapitulative pour l'examineur en cours d'évaluation. La fiche individuelle serait complétée en fin de séance à partir de cette fiche.

Sujet 006 - 2008

	COCHER CE QUI EST FAIT ; NOTER LES AIDES DONNEES ET LES REACTIONS DE L'ELEVE			
	Élève 1 :	Élève 2 :	Élève 3 :	Élève 4 :
Recherche et choix du logiciel approprié				
Tracé des 2 courbes				
Curseur a				
M et N sur les courbes				
Tracés des 2 tangentes				
Point P et Q				
Affichage PQ				
Conjecture tangente				
Conjecture $PQ=2$				
Exposé oral de la démonstration				