

Suites et fonctions**Énoncé**

Soit n un entier naturel, $n \geq 1$. On considère les fonctions f_n définies sur $[0; +\infty[$ par :

$$f_n(x) = \frac{e}{n} - 1 + xe^{1-x}$$

Partie A

1. À l'aide d'un logiciel adapté, conjecturer, suivant les valeurs de n :
 - (a) les variations de f_n .
 - (b) le nombre de solutions de l'équation $f_n(x) = 0$.
2. On note α_n et β_n les deux solutions, lorsqu'elles existent, de l'équation $f_n(x) = 0$ telles que $\alpha_n < \beta_n$.
 - (a) Conjecturer, pour tout $x \geq 0$, une inégalité entre $f_{n+1}(x)$ et $f_n(x)$.
 - (b) Quelle conjecture peut-on alors formuler à propos du sens de variation des suites (α_n) et (β_n) , et de leur convergence éventuelle ?
 - (c) Quelle propriété semblent vérifier les suites (α_n) et (β_n) ?

Appeler l'examineur pour lui montrer le travail réalisé sur le logiciel et pour vérifier les conjectures formulées.

Partie B

3. (a) Démontrer que l'équation $f_n(x) = 0$ admet, à partir d'une certaine valeur de n , deux solutions distinctes α_n et β_n dans des intervalles que l'on précisera.

Appeler l'examineur pour vérification.

- (b) Démontrer que les suites (α_n) et (β_n) sont de monotonies contraires.

Appeler l'examineur pour vérification.

- (c) Que peut-on en déduire ?

Appeler l'examineur pour vérification.

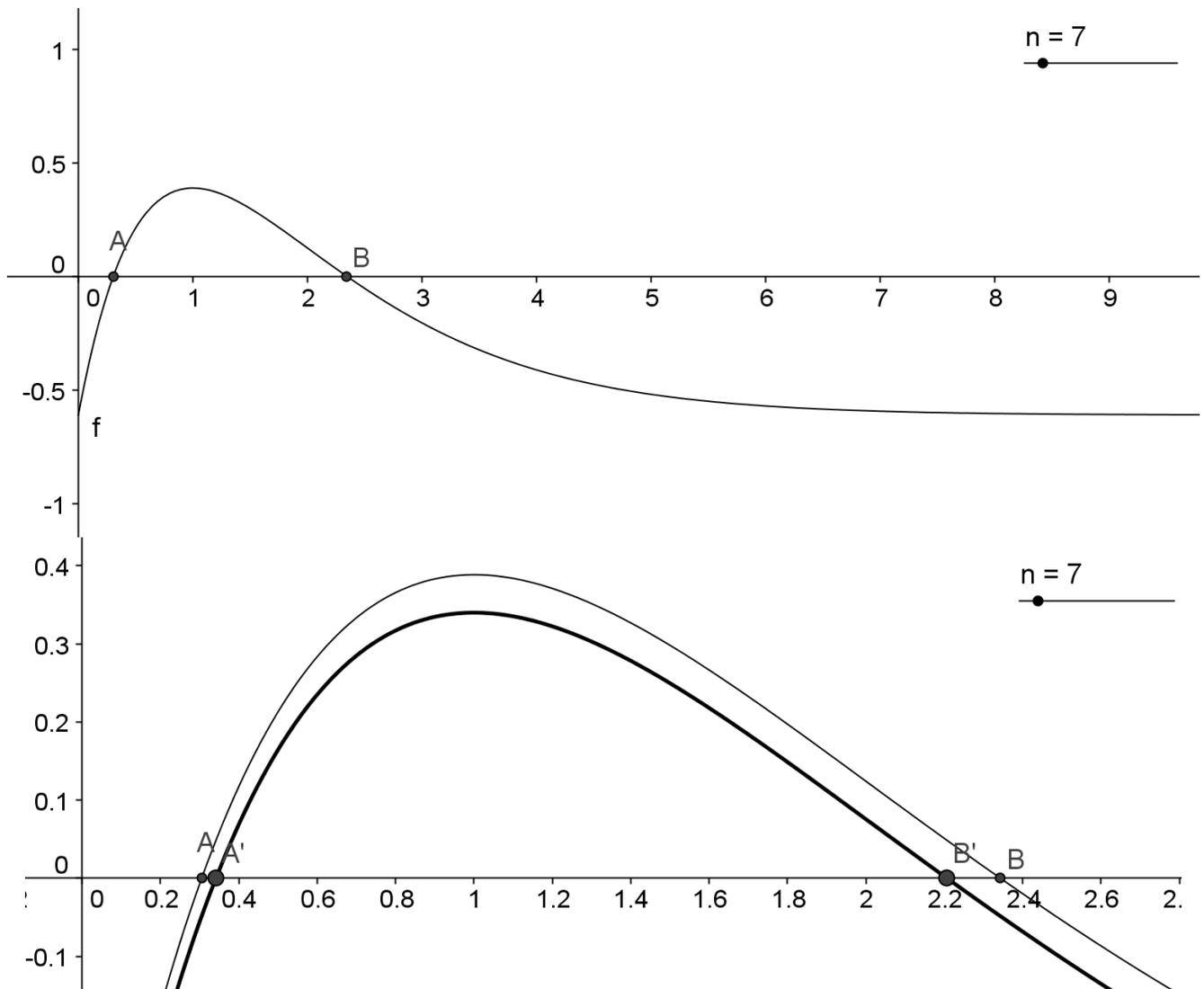
Production demandée

- Les différentes conjectures.
- Les démonstrations détaillées des questions 3 (a) et 3 (b).

Quelques commentaires personnels sur la fiche 127 2009

« Suites et fonctions ... »

Logiciel utilisé : Geogebra



Conclusion : sujet équilibré, aussi intéressant pour les nombreuses conjectures que par les parties mathématiques qui demandent des justifications développées (variations, dérivées, maximum, limites, solutions de $f(x)=0$, monotonie, convergence)