

Stage du PAF
Académie de Nouvelle-Calédonie
Année 2014

The logo for GeoGebra, featuring the word "GeoGebra" in a sans-serif font. The letter "o" is replaced by a geometric diagram consisting of a circle with five blue dots on its circumference, connected by lines to form a pentagon.

Bases et compléments
de la version 4.4

Sommaire

0. Avant propos



- 0.1 Déroulement
- 0.2 Objectifs du stage
- 0.3 Remerciements
- 0.4 Utilisation du document et de ses contenus

1. Introduction



- 1.1 Présentation de Géogébra
- 1.2 Chronologie et contenus des versions
- 1.3 Points forts du logiciel

2. Fonctionnement de base de Géogébra v4.4



- 2.1 Interface graphique
- 2.2 Création d'objets
- 2.3 Copie d'écran et insertion dans un logiciel de traitement de texte
- 2.4 Noms des objets et étiquetage
- 2.5 Attributs des objets, propriétés et description
- 2.6 Constantes et caractères
- 2.7 Protocole de construction – Navigation par étapes
- 2.8 Historique des saisies

3. Les incontournables et les classiques



- 3.1 En géométrie
- 3.2 En analyse
- 3.3 Insertion d'un texte dynamique – Code Latex
- 3.4 Boîte de sélection
- 3.5 Curseur, objet magique
- 3.6 Création d'une image animée
- 3.7 Insertion d'un champ texte
- 3.8 Trace d'un objet – Lieu géométrique – Equation paramétrée
- 3.9 Animation
- 3.10 Utilisation de la 2^e fenêtre graphique
- 3.11 Partage sur GéogébraTube

4. Personnalisation du logiciel



- 4.1 Préambule
- 4.2 Personnalisation de la barre d'outils
- 4.3 Création d'outils personnalisés
- 4.4 Gestion et utilisation d'outils personnalisés
- 4.5 Personnalisation des préférences
- 4.6 Paramétrages graphiques
- 4.7 Création d'une bibliothèque

5. Compléments et outils avancés



- 5.1 Fonctions définies par morceaux
- 5.2 Nombres complexes
- 5.3 Affichage conditionnel
- 5.4 Boutons – Script
- 5.5 Utilisation de séquences (boucles) – Création de listes d'objets
- 5.6 Régionnement de plan – Programmation linéaire
- 5.7 Insertion d'une image

6. Exemples de fichiers Géogébra à utiliser



7. Outils Tableur, Statistiques et Matrices



- 7.1 Tableur-Grapheur
- 7.2 Etudes de séries statistiques
- 7.3 Calcul matriciel

8. Outils pour les probabilités



- 8.1 Présentation
- 8.2 Exemples

9. Outil CAS (Computer Algebra System)



- 9.1 Utilisation des lignes de saisies
- 9.2 Quelques outils de base
- 9.3 Résolution d'équations

10. Trucs et astuces



11. Liens et ressources



- 11.1 Sitographie officielle
- 11.2 Sources
- 11.3 Autres liens

0. Avant propos :

0.1 Déroulement

Ce document est basé sur :

- _la présentation de Géogébra et de ses outils,
- _l'observation sur des exemples et des exercices guidés,
- _la réalisation d'exercices en autonomie.

L'apprentissage se veut très progressif avec une série de 80 exercices répartis dans les différents paragraphes, allant d'activités élémentaires à des activités plus élaborées.

Ce tutoriel vous servira de guide tout au long du travail sur les machines.

De nombreux exercices s'accompagnent d'un fichier Géogébra disponible sur clé. Il sont facilement repérable à l'aide d'un nom, par exemple « [Exercice 21 \[Texte et code Latex\]](#) ».

0.2 Objectifs du stage

• Ce stage s'adresse à des utilisateurs de Géogébra de tous niveaux. Les objectifs sont multiples en fonction de la pratique de chacun :

- _donner les bases et encourager à une pratique régulière
- _découvrir de nouveaux outils et exploiter davantage le potentiel du logiciel
- _partager les expériences

• Ce stage a également pour but de fournir des fichiers Géogébra « prêt à l'emploi » et de faire participer les collègues à la production d'autres documents ressources afin de les mutualiser et de les partager.

• Au cours des différents exercices que nous allons traiter, il s'agira de découvrir des outils et de s'approprier des savoir-faire pour être capable de les réinvestir.

Bien connaître les différents outils du logiciel est déterminant pour imaginer le potentiel des « activités Géogébra » à mettre en œuvre avec nos élèves.

Notons enfin que de nombreux exercices n'ont aucun intérêt pédagogique mathématique, seulement pratique lié à l'apprentissage du logiciel.

0.3 Remerciements

• Je remercie mon collègue **Jean-Paul VIGNAULT** pour ses conseils durant nos nombreux échanges.

• Je remercie également les auteurs de certains fichiers Géogébra utilisés dans ce document sur lesquels certains exercices sont basés. Ils sont repérables à l'aide d'un astérisque.

0.4 Utilisation du document et de ses contenus

• Les collègues amenés à réutiliser et/ou faire partager ce document, même partiellement, sont priés de citer le(s) auteur(s).

• Conformément à la licence GPL du logiciel Géogébra, tout document Géogébra abordé au cours de ce stage ne peut faire l'objet d'une utilisation à but lucratif.

1. Introduction :

1.1 Présentation de Géogébra

Géogébra est un logiciel **gratuit** à but éducatif en Mathématiques développé et créé dans les années 2001 par Markus Hohenwarter, professeur à l'université Johannes Kepler de Salzbourg (Autriche).

Lors de la sortie de la première version en 2002, il est très proche du logiciel Cabri Géomètre, précurseur des logiciels de géométrie dynamique.

Géogébra est un logiciel puissant et convivial :

→ permettant de travailler les différents champs mathématiques :

- géométrie 2D
- géométrie 3D (disponible dans la dernière version 5.0)
- algèbre
- analyse
- probabilités et statistiques

→ basé sous forme de travail dynamique :

- figures géométriques interactives
- courbes interactives des fonctions
- graphiques interactifs en probabilités et statistiques

→ regroupant de très nombreux modules :

- tableur, outils de calculs et graphiques
- outil de calcul formel (CAS)
- programmation (en développement)

→ associant automatiquement les propriétés analytiques d'objets définis géométriquement et inversement.

Géogébra couvre un vaste champ d'utilisation. Véritable « couteau suisse », il évite le recours à de multiples logiciels et constitue un outil de travail idéal pour le professeur de Mathématiques.

1.2 Chronologie et contenus des versions

Voici la chronologie des différentes versions de Géogébra (release) et leurs contenus principaux :

- v1.0 (janvier 2002) : essentiellement de la géométrie dynamique. Disponible en deux langues (Anglais et Allemand).
- v2.0 (janvier 2004) : ajout des fonctions d'une variable, dérivées, intégrales.
- v3.0 (mars 2008) : ajout des polygones réguliers, des courbes paramétriques, possibilité de créer des outils, barre d'outils personnalisable, nouveaux outils intégrés (longueur, aire...), export d'images multi-formats...
- v3.2 (juin 2009) : amélioration des composants graphiques, ajout du tableur, des nombres complexes et des matrices.

- v4.0 (octobre 2011) : création de la plateforme de partage Geogebra Tube, création de Geogebra Prim (version simplifiée pour le primaire), ajout de l'inspecteur de fonctions, analyse de données, ajout d'une 2^e fenêtre graphique, export en Gif animé, possibilité de jouer de la musique... Le tout disponible en 50 langues !
- v4.4 (décembre 2013) : ajout d'un CAS (Computer Algebra System), amélioration des propriétés de partage pour le web et les tablettes. Dernière « release » à ce jour.
- v5.0 (octobre 2014) : la version expérimentale 5 bêta qui était en cours de développement est finalisée. Elle contient principalement le module graphique **3D** (géométrie dynamique, perspective, sections, courbes des fonctions de deux variables...). Le module de programmation utilisant le langage **Python** (Jython) est toujours en développement.



1.3 Points forts du logiciel

- **Gratuité :**

Géogébra est libre et gratuit (utilisation gratuite) et open source (possibilité de modification). C'est un logiciel sous licence libre GPL (General Public License) soumis à certaines conditions d'utilisation.

- **Accessibilité :**

Géogébra est intuitif, son apprentissage est facile et rapide.

Il peut être utilisé de la maternelle à l'université, aussi bien par des élèves et des étudiants que par des enseignants.

Il allie la puissance de son moteur et de ses outils intégrés à sa convivialité en termes d'interface et d'utilisation.

De plus, Géogébra est disponible dans de très nombreuses langues.

- **Multiplateforme :**

Développé en Java, Géogébra fonctionne sur tous les systèmes d'exploitation (Windows, Mac OS, Linux). Géogébra est aussi développé en application sur tablettes numériques.

- **Stockage, export et partage :**

Les documents Géogébra s'enregistrent sous forme de fichiers compressés avec l'extension **.ggb** qui prennent très peu de place !

Leurs contenus peuvent s'exporter dans différents formats image (copie vers presse-papier, jpg, png, ...), en animation (.gif animés), en Html pour le web, en pdf, en PSTricks et PGF/TikZ (outils de dessin vectoriel pour Latex) et en Asymptote (graphisme vectoriel).

De quoi diffuser une création comme on le souhaite...

Le site **Geogebra Tube** est dédié au partage des documents Géogébra. Il répertorie aujourd'hui près de 120.000 fichiers gratuits accessibles au public !

Une aide en ligne très fournie est disponible et enfin, de très nombreux forums d'utilisateurs sont également présents sur le web.

- **Développement :**

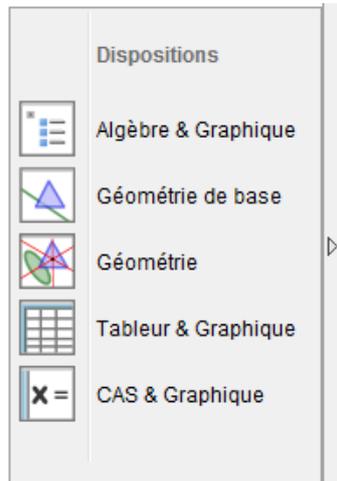
Il existe plus de 120 instituts de développement Géogébra répartis dans le monde !

Géogébra est aujourd'hui développé par une équipe internationale de programmeurs réunissant enseignants et chercheurs dans le but d'améliorer sans cesse le logiciel et d'ajouter de nouvelles fonctionnalités.

2. Fonctionnement de base de Géogébra v4.4 :

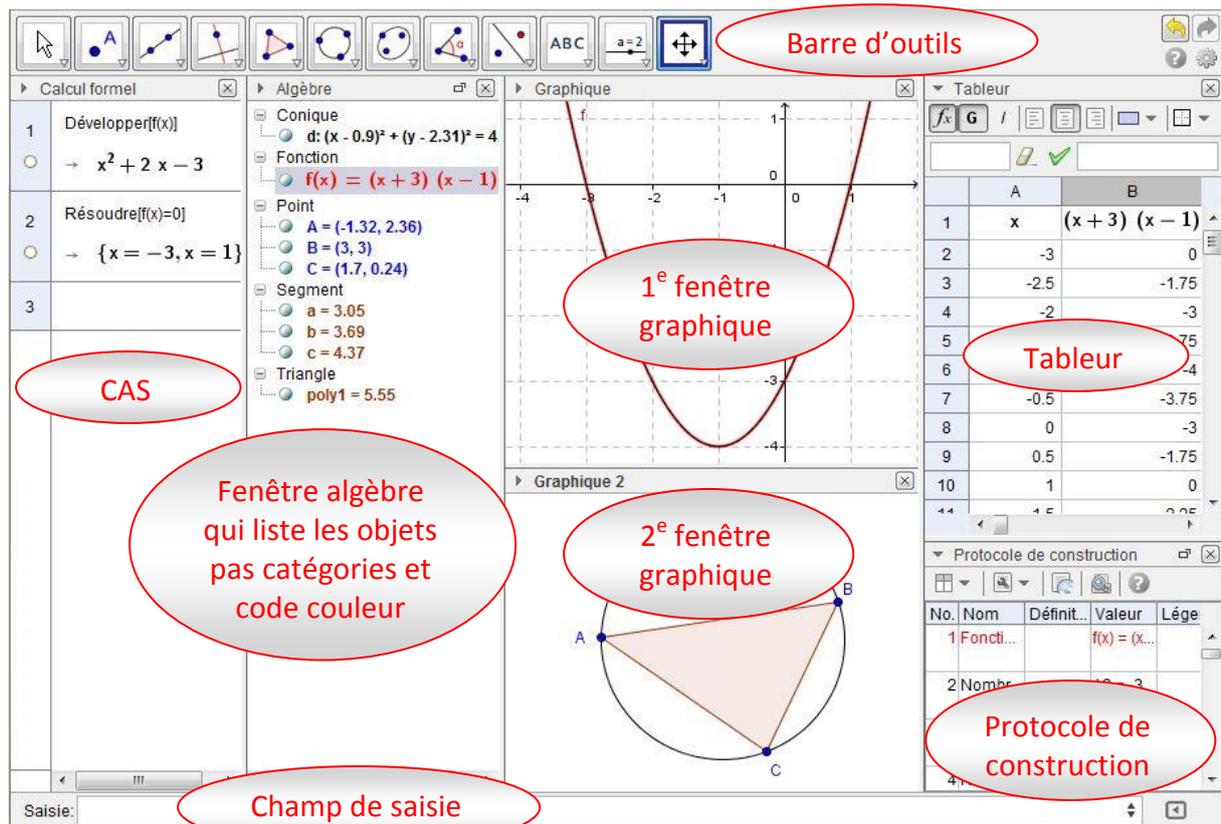
2.1 Interface graphique

- A l'ouverture de Géogébra, vous obtenez le menu suivant :



Géométrie de base se différencie de **Géométrie** par une interface contenant un ensemble restreint d'outils. On peut cependant basculer à tout moment de l'un à l'autre.

- Voici les différents modules disponibles sur Géogébra que vous obtenez dans **Affichage** :



Vous pouvez choisir d'afficher ou non certains modules et de disposer les fenêtres à votre convenance dans **Options \ Avancé** ou dans **Affichage \ Aspect** onglet **Préférences-Aspect**. La disposition s'effectue également par **Glisser/Déposer**.

2.2 Création d'objets

2.2.1 A la souris

La création d'objets peut s'effectuer à l'aide des boutons outils et par clic dans la fenêtre **Graphique**. Géogébra vous indique les éléments nécessaires à la création d'objets.

Angle
Point, Sommet, Point[créés ou non], ou deux lignes

Exercice 1

Soit les points A(2 ; 1), B(-1 ; 3) et C(-2 ; -2) dans un repère.

Construire « à la souris » le triangle ABC, les médiatrices des côtés [AB] et [AC] ainsi que leur intersection et le cercle circonscrit à ABC. Faites varier la position des sommets.

2.2.2 Avec la fenêtre Saisie

La création s'effectue également via des commandes dans le champ **Saisie** en utilisant le symbole d'affectation =. Voici le principe de saisie : **NomObjet = définition de l'objet**

Exercice 2

Effectuer la construction suivante à l'aide des commandes dans le champ **Saisie** (valider chaque ligne par **Entrée**) :

```
E=(4,2) ← F=(5,-1) ← G=(9,-2) ←  
Polygone[E,F,G] ←  
d1=Bissectrice[F,E,G] ← d2=Bissectrice[E,G,F] ←  
I=Intersection[d1,d2] ←  
Cercle[I,Distance[I,e]] ←
```

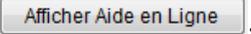
Exercice 3

Saisir $f(x)=0.5x+1-\cos(x)$ et $d:y=0.5x$ dans le champ **Saisie**.

2.2.3 Utilisation de commandes prédéfinies

- En saisissant vos instructions, Géogébra propose ses commandes prédéfinies par saisie semi-automatique dont il suffit alors de compléter le(s) champ(s) nécessaire(s).

- En cliquant sur la flèche  à droite du champ de saisie, vous obtenez la fenêtre **Aide Saisie**. Elle liste les fonctions mathématiques et l'ensemble des commandes prédéfinies dans Géogébra.

- Un descriptif précise la nature des différents champs à saisir et une aide en ligne est disponible pour chaque commande .

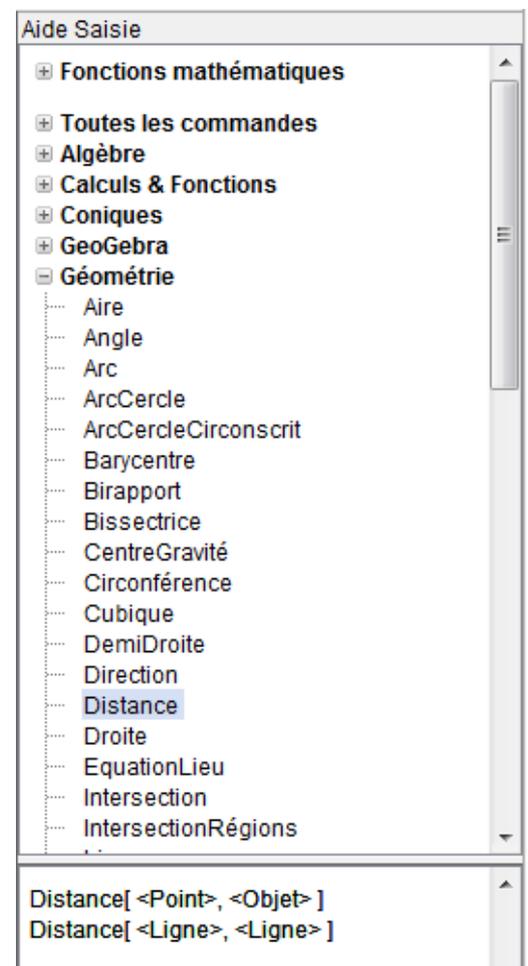
Exercice 4

Tracer un triangle puis à l'aide d'une commande prédéfinie son cercle inscrit.

Exercice 5

Faire afficher les racines et l'extrémum de la fonction f (cf ex 3) sur l'intervalle $[-4 ; 4]$.

Faire afficher la courbe de f' .



2.3 Copie d'écran et insertion dans un logiciel de traitement de texte

2.3.1 Copie de la fenêtre graphique

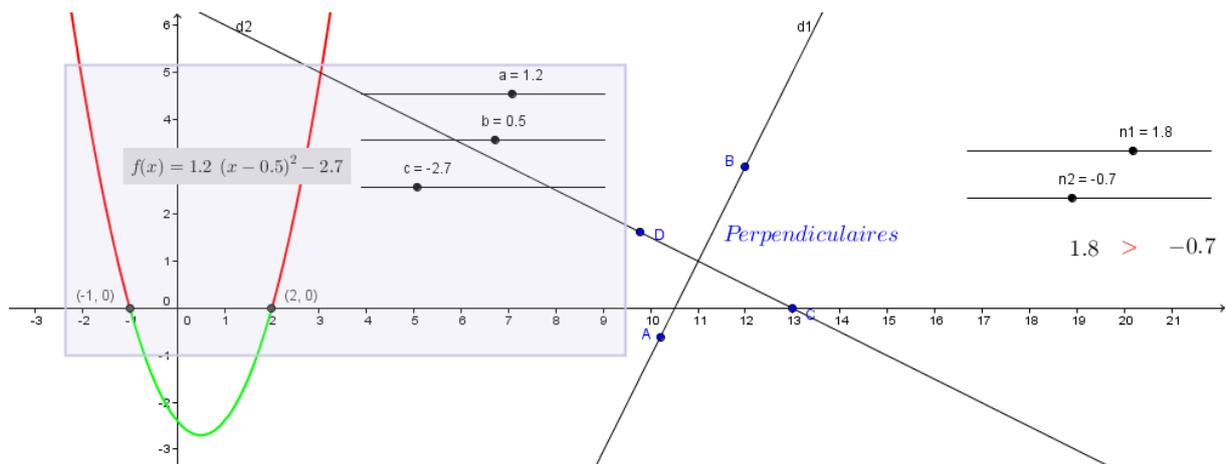
Il est possible de copier entièrement la fenêtre graphique ou seulement une partie.

- Sélection complète :

Dans **Fichier \ Exporter**, cliquer sur  Graphique vers Presse-papiers Ctrl+Maj+C
ou utiliser le raccourci **Ctrl+Shift+C**.

- Sélection partielle :

Sélectionner le domaine graphique que vous souhaitez exporter en étirant un rectangle à l'aide de la souris puis copier dans le presse-papier comme précédemment.



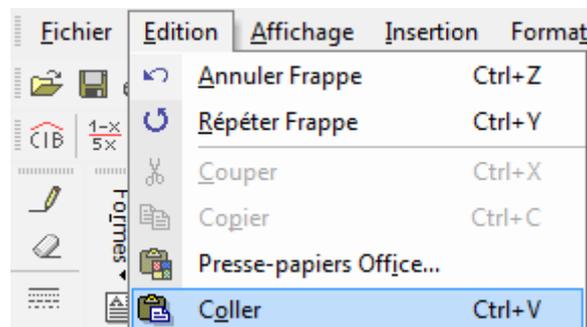
2.3.2 Copie d'autres modules

Pour copier et exporter des éléments d'autres modules (fenêtres **Algèbre**, **Tableur**, **CAS...**), on utilisera la capture d'écran à l'aide de la touche clavier **Imp Syst**.

On passera éventuellement par un logiciel de retouche d'images pour recadrer ou redimensionner l'image avant insertion.

2.3.3 Insertion dans un logiciel de traitement de texte

Pour insérer une capture dans un logiciel de traitement de texte, il suffit de la coller dans le logiciel.



2.4 Nom des objets et étiquetage

• La création d'un objet dans Géogébra (grandeur, objet géométrique, fonction...) s'associe automatiquement avec celle d'un nom.

Le nom de l'objet apparaît par défaut dans la fenêtre **Algèbre** et également dans la fenêtre **Graphique** (étiquette).

• On peut nommer un objet avec presque n'importe quelle suite de caractères à condition que celle-ci ne comporte pas d'espace et ne commence pas par un chiffre.

Certaines chaînes correspondant à des fonctions ou commandes prédéfinies de Géogébra ne peuvent servir de noms d'objets. Un jeu de couleurs les différencie.

• Le logiciel respecte la casse des noms d'objets. « A1 » et « a1 » par exemple sont des noms d'objets différents. La casse n'est cependant pas prise en compte pour les commandes prédéfinies, celles-ci s'écrivent indifféremment avec une majuscule ou une minuscule.

• On peut renommer un objet en saisissant son nom au clavier instantanément après sa création ou à tout moment après l'avoir sélectionné.

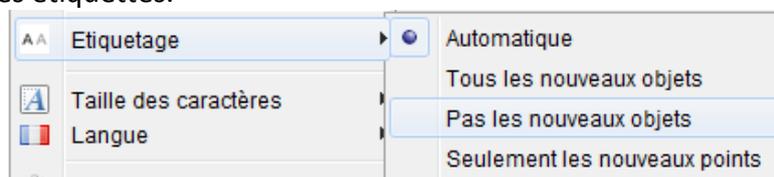
• Le caractère « _ » permet l'écriture indicée.

Exercice 6

Saisir les lignes suivantes en validant chaque fois par **Entrée** :

$$u_0=5$$
$$f_1(x)=2x+1$$
$$A_{\text{Disque unité}}=\pi$$
$$d_1:y=x/4$$

• Dans **Options \ Etiquetage** on trouve un paramétrage pratique pour éviter l'affichage automatique des étiquettes.

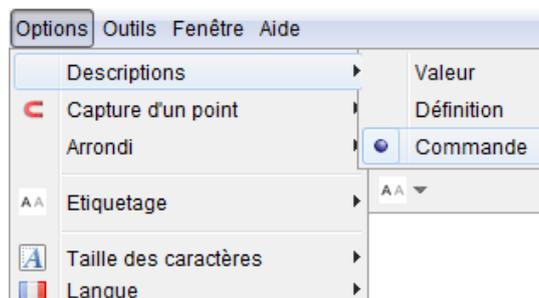


2.5 Attributs des objets, propriétés et description

• Attributs : dans les trois exercices précédents, vous aviez la possibilité de « bouger » certains objets : ce sont des **objets libres**.

En revanche, des objets créés à partir d'autres objets en sont **dépendants** et ne peuvent donc pas être déplacés directement. Un code couleur les différencie dans la fenêtre **Algèbre**.

• Propriétés : un clic droit sur un objet (de la fenêtre **Graphique** ou **Algèbre**), permet d'accéder à ses **Propriétés**. On peut renommer les objets, les afficher ou pas, afficher ou cacher les étiquettes, modifier leurs paramètres...



- Descriptions : dans **Options, Descriptions** permet de modifier l’affichage dans la fenêtre **Algèbre** :

- ✦ **Valeur** : indique une mesure, une équation
- ✦ **Définition** : indique un texte tel une consigne d’un programme de construction
- ✦ **Commande** : indique la syntaxe des commandes Géogébra

Exercice 7

Construire une droite (AB) et un triangle CDE puis observer l’affichage obtenu avec les trois descriptions différentes.

2.6 Constantes et caractères

Lorsque vous êtes dans le champ **Saisie**, un clic sur  vous donne accès à certains symboles, symboles mathématiques, connecteurs logiques et constantes mathématiques.

α	β	γ	δ	ε	ζ	η	θ	κ	λ
μ	ξ	ρ	σ	τ	φ	ϕ	χ	ψ	ω
Γ	Δ	Θ	Π	Σ	Φ	Ω	∞	⊗	±
≠	≤	≥	¬	∧	∨	→		⊥	∈
≡	⊂	⊄	=	≠	°	í	π	e	
«	»	€	œ	à	ç	é	è	ë	À
É	×	÷	▲	♂	♀	⊗	h	ħ	

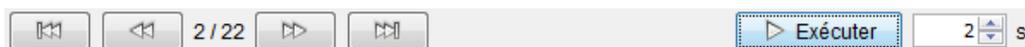
2.7 Protocole de construction – Navigation par étapes

- En faisant afficher la fenêtre du **Protocole de construction** (icône ) vous obtiendrez les étapes de votre construction. La navigation ligne par ligne montre la création progressive des objets.

No.	Nom	Définition	Valeur	Légende
1	Fonction f		$f(x) = 1 / 2 (x...$	
2	Point M	Point sur f	$M = (1.5, -0...$	
3	Droite T	Tangente à f en $x = x(M)$	$T: y = 0.5x - ...$	
4	Nombre a'	Pente de T	$a' = 0.5$	

Utiliser les touches \uparrow et \downarrow

- Aller dans **Options \ Avancé** ou dans **Affichage \ Aspect** onglet **Préférences-Graphique**. Sélectionner **Navigation dans les étapes de construction**, vous pourrez également voir la création progressive des objets et en faire une lecture automatique.



Exercice 8

Naviguer dans les étapes de construction de l’exercice 2 par exemple.

2.8 Historique des saisies

Un clic sur  affiche l’historique de vos saisies et permet de les réutiliser.

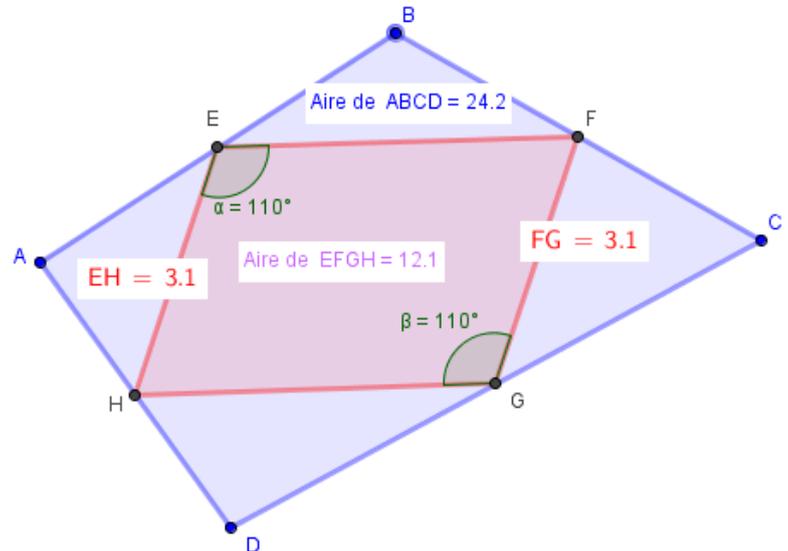
3. Les incontournables et les classiques :

3.1 En géométrie

3.1.1 Outils de mesures et de comparaison

Exercice 9 [Varignon]

- Construire un quadrilatère et le parallélogramme de Varignon.
- Utiliser les outils suivants pour afficher les différentes mesures et les comparer.



- Faire varier les sommets.

3.1.2 Utilisation des transformations

Exercice 10

Créer un triangle ABC que l'on nommera T_1 , puis T_2 le symétrique de T_1 par rapport à (Oy) et T_3 le symétrique de T_2 par rapport à (Ox) .

Créer T_4 le symétrique de T_1 par rapport au centre du repère puis saisir `Relation[T3,T4]`.

NB : `Symétrie[f,axeX]` créera le symétrique de la courbe de la fonction f par rapport à (Ox) .

Exercice 11

a. ABCD étant un quadrilatère, qu'effectue la commande `Rotation[ABCD,90°]` ?

Ecrire une commande qui transforme ABCD par la rotation de centre A et d'angle 180° .

b. f étant une fonction que fait la commande `Rotation[f,-20°]` ?

Exercice 12

Les vecteurs sont nommés à l'aide de lettres minuscules pour les différencier des points.

Soit un quadrilatère ABCD et les vecteurs $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AD}$.

a. Saisir $w = u + v$ et construire le translaté de ABCD par \vec{w} .

b. Saisir :
 $E = A + 2u$
 $F = A + D + v$

3.1.3 Barycentre

Exercice 13

a. ABC étant un triangle, saisir la commande $G_1 = (A+B+C)/3$.

NB : Gégogébra contient un outil isobarycentre : `CentreGravité[Polygone]`.

b. Placer le point G_2 barycentre du système pondéré $\{(D ; 1), (E ; 2), (F ; 3)\}$.

3.2 En analyse

3.2.1 Fonction définie sur un intervalle

Exercice 14

- Saisir $f(x)=0.5x-1$ dans la fenêtre **Saisie**.

• A l'aide de la commande **Fonction**[<Fonction>,<x initial>,<x final>], tracer la courbe de la fonction valeur absolue sur l'intervalle $[-2 ; 3]$.

- Saisir la fonction f définie sur $[1 ; 12]$ par l'expression ci-dessous puis faire afficher sa dérivée sur ce même intervalle.

Fonction

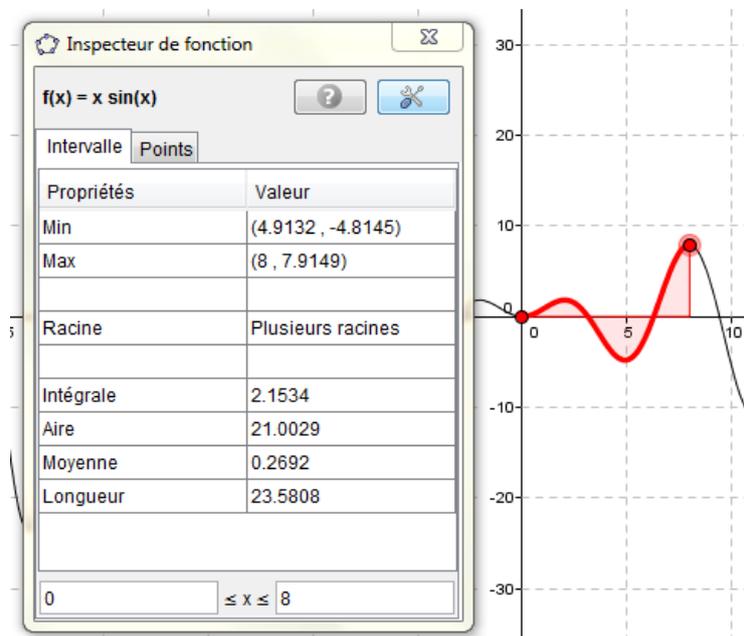
$$f(x) = \sqrt{x+3} - 4\sqrt{x-1} + \sqrt{x+8} - 6\sqrt{x-1}$$

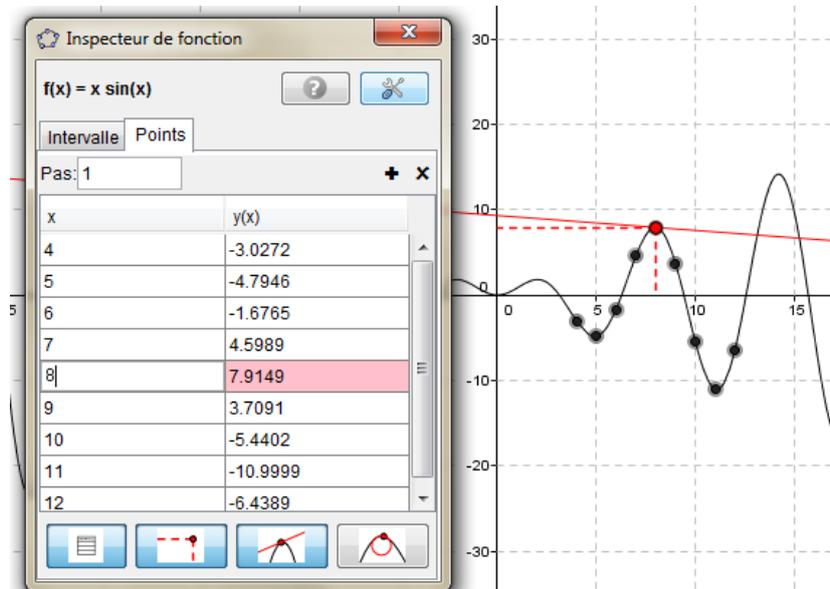
NB : après un clic droit dans la fenêtre Graphique, on trouve les outils pratiques Recadrer et Affichage standard.

3.2.2 Inspecteur de fonctions

Exercice 15

Saisir $f(x)=x*\sin(x)$ et utiliser l'**Inspecteur de fonction** en cliquant sur l'icône  puis sur f ou sur sa courbe. Cet outil fournit de multiples informations telles que racines, intégrale, aire, nuage et coordonnées de points, tangente....





3.2.3 Tangente à une courbe, Pente

Exercice 16 [Tangente & Pente]

Saisir $g(x)=0.5(x-1)^2-1$ et placer un point M sur la courbe de g. A l'aide des commandes **Tangente** et **Pente**, faire afficher la tangente T à la courbe en M puis la pente de T. Faire varier M.

3.2.4 Limite et Asymptote

Exercice 17

Saisir $h(x)=(x^2-2)/(2x+4)$.

- Déterminer : la limite de h en $+\infty$ (utiliser infinity)
sa limite à gauche et à droite en -2 (utiliser **LimGauche** et **LimDroite**).
- Faire afficher les asymptotes à C_h .

3.2.5 Intégrale – Aire entre deux courbes

Exercice 18

Faire afficher l'intégrale de la fonction cosinus sur l'intervalle [-1 ; 1].

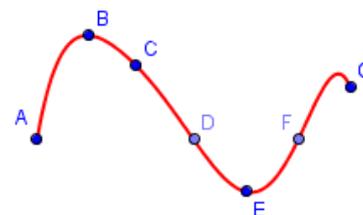
Exercice 19

Saisir les fonctions f et g définies par $f(x) = \sqrt{x}$ et $g(x) = x^2$ sans afficher leurs courbes. Faire afficher l'aire du domaine compris entre C_f et C_g sur l'intervalle [0 ; 1].

3.2.6 Courbe polynomiale passant par des points donnés

Exercice 20

Placer une liste de points dans la fenêtre **Graphique** puis exécuter la commande **Polynôme** en listant ces points. Faire varier les points.

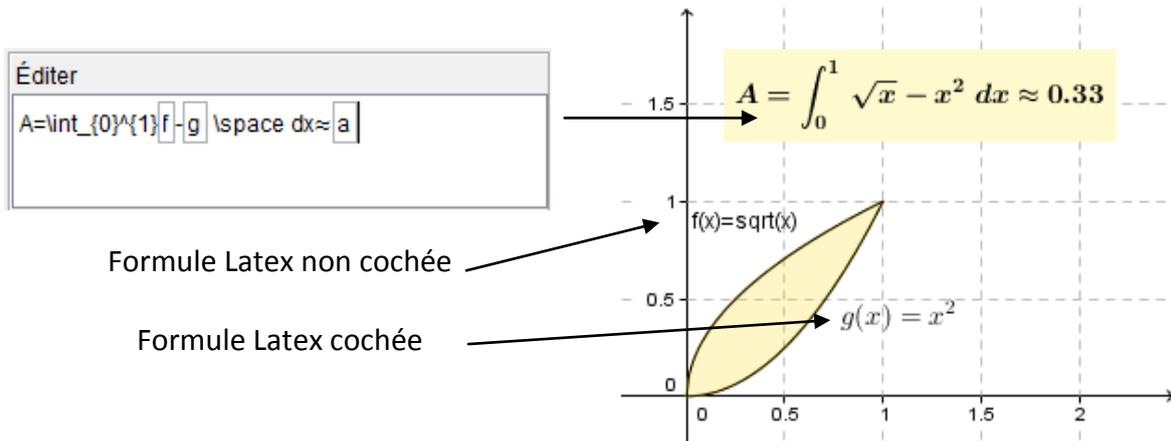


3.3 Insertion d'un texte dynamique – Code Latex

Exercice 21 [Texte et Code Latex]

Reprendre l'exercice 19 et insérer des textes à l'aide de l'icône .

- Faire afficher l'expression de f
- Faire afficher l'expression de g en cochant la case **Formule Latex**
- Saisir la commande ci-dessous :

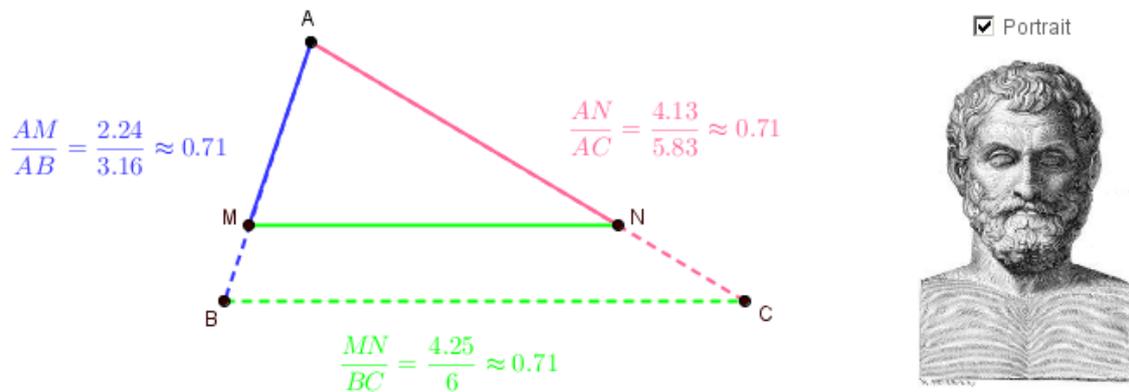


NB : bien différencier, par exemple, l'objet \boxed{f} du caractère f.

- Modifier les fonctions f et g.

Exercice 22 [Thalès]

Réaliser une figure qui illustre le petit théorème de Thalès en créant un triangle ABC, un point mobile M sur le côté [AB], le point N tel que (MN) est parallèle à (BC), les différentes longueurs et les trois quotients. Faire varier M.



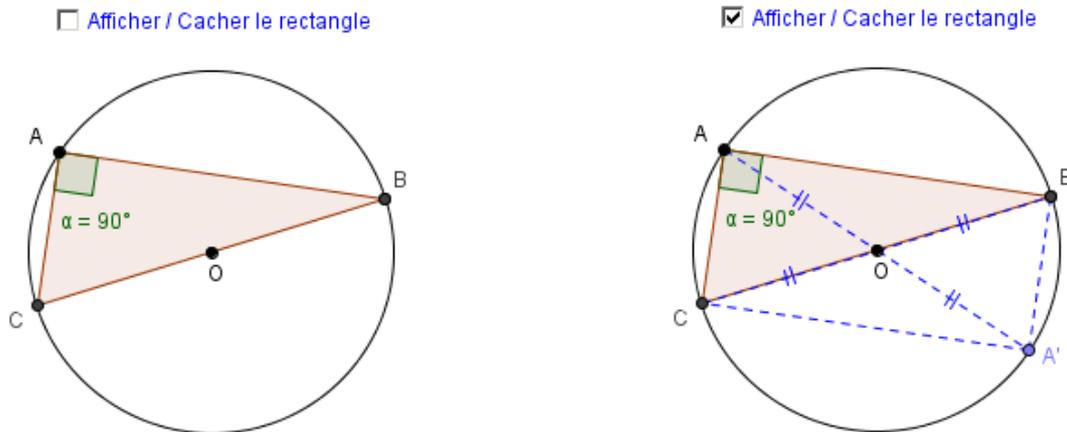
Aide : utiliser $\frac{AM}{AB} = \frac{AM}{AB} \approx AM/AB$

3.4 Boîte de sélection

L'outil **Boîte de sélection** permet de faire afficher ou cacher un ensemble d'objets.

Cliquer sur l'icône  puis sélectionner les objets souhaités via la fenêtre graphique ou dans la liste proposée.

Voici un exemple d'utilisation d'une boîte de sélection pour la propriété du triangle rectangle inscrit dans un cercle.



NB : Une boîte de sélection est un objet booléen dans Géogébra.

Exercice 23

Tester l'outil avec une de vos constructions.

3.5 Curseur, objet magique

Les curseurs sont des nombres que l'on peut faire varier. Ils ont une place fondamentale dans les logiciels dynamiques en étant des objets variables dont dépendent d'autres objets.

Exercice 24

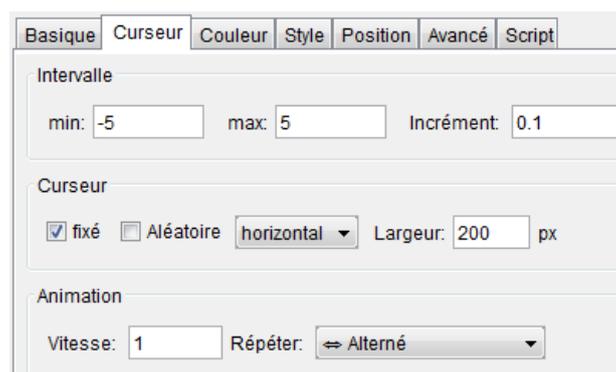
Faire afficher la représentation graphique d'une fonction affine.

Cliquer sur votre fonction puis utiliser les touches \uparrow , \downarrow , \leftarrow et \rightarrow du clavier.

Exercice 25

- Créer un cercle de rayon r variable. Pour cela, créer un curseur r en cliquant sur l'icône  puis dans la fenêtre **Graphique**. Créer ensuite un cercle dépendant de r . Faire varier r .
- Reprendre l'exercice 14 pour que les bornes de f soient modifiables.

NB : plusieurs réglages sont possibles :



Exercice 26 [Homothétie]

k est un réel. Créer un triangle ABC, un point O et l'image de ABC par l'homothétie de centre O et de rapport k . Faire varier k .

Exercice 27 [Polygone régulier]

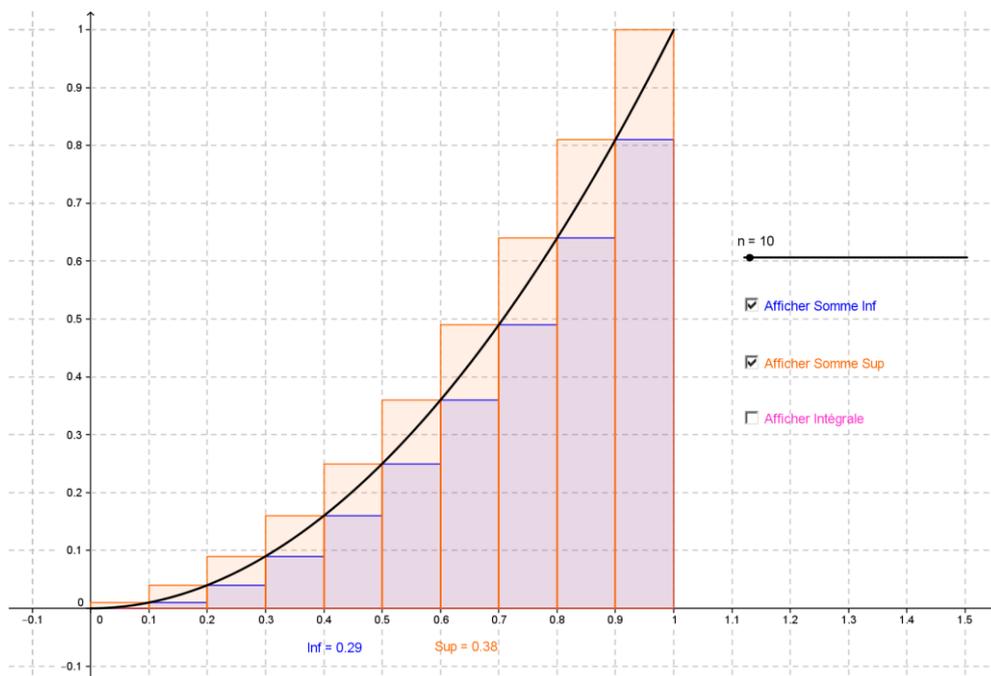
Créer un curseur n d'entiers variables de 3 à 50 par exemple et le nombre $L = 12/n$. Placer un point A puis créer un segment [AB] à partir de la longueur L. Créer enfin le polygone régulier à n côtés dont [AB] est un côté.

Exercice 28

Créer un trinôme f sous forme canonique $f(x) = a(x - b)^2 + c$ où a , b et c sont des curseurs.

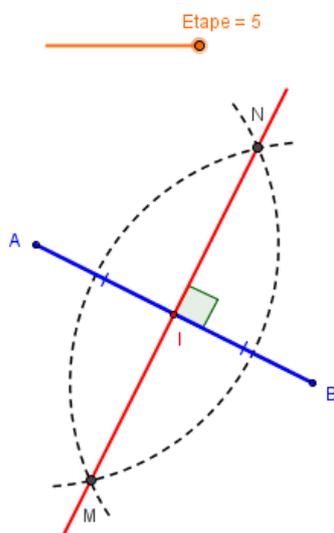
Exercice 29 [Intégrale entre rectangles]

Approcher l'intégrale de la fonction carrée sur l'intervalle $[0 ; 1]$ par encadrement à l'aide des aires de rectangles. On créera un curseur pour faire varier le nombre de rectangles.



[Médiatrice Construction]

Les curseurs peuvent également servir à l'affichage séquentiel de constructions ou de textes.



Construire la médiatrice du segment [AB]

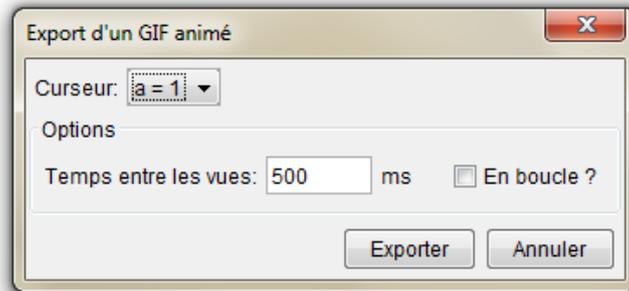
- 1/ Tracer un arc de cercle de centre A avec un rayon supérieur à la moitié du segment [AB].
- 2/ Faire de même avec le point B en conservant le même rayon.
- 3/ Les arcs se coupent en deux points.
- 4/ La droite joignant ces deux points d'intersection est la médiatrice de [AB].
- 5/ Coder la figure.

3.6 Création d'une image animée

Exercice 30

Exporter une de vos constructions précédentes en Gif animé.

Pour cela, il suffit que votre construction comporte un objet dépendant d'un curseur. Aller dans **Fichier \ Exporter** et sélectionner **Graphique en Gif animé**.



Parmi les paramétrages, sélectionner le curseur souhaité si votre construction en comporte plusieurs.

3.7 Insertion d'un champ texte

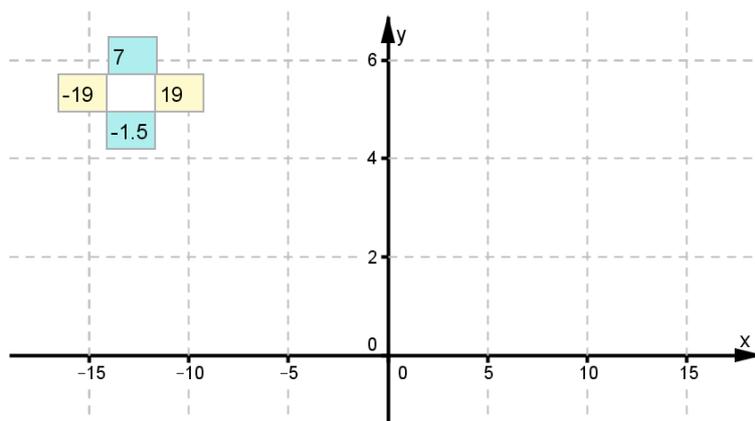
L'outil **Champ texte** est accessible via l'icône . Son utilisation est similaire à celle d'un curseur mais il permet en plus la saisie directe de valeurs dans la fenêtre **Graphique**.

Exercice 31

- Saisir deux valeurs, $a = -1$ et $b = 3$ par exemple, puis insérer un champ texte lié à l'objet a et un autre lié à l'objet b .
- Créer un polygone, un vecteur \vec{u} de coordonnées $(a ; b)$ puis l'image de ce polygone par la translation de vecteur \vec{u} .
- Modifier les valeurs des champs texte.

Exercice 32 [Repère pour fonction]

A l'aide de champs texte, créer un repère graphique qui s'ajustera automatiquement par saisies dynamiques de X_{min} , X_{max} , Y_{min} et Y_{max} .



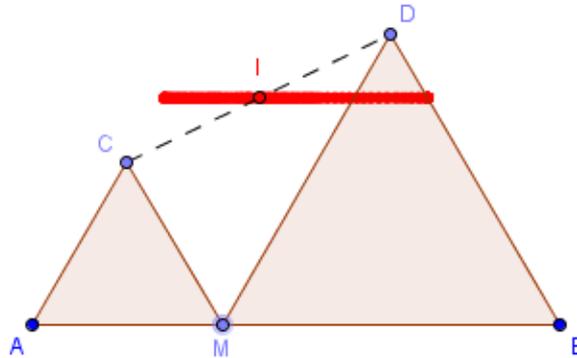
NB :

- Une variable saisie dans un Champ Texte n'est pas sujette à un pas comme un curseur, on peut ainsi saisir n'importe quelle valeur. Elle peut tout de même être commandée via les touches \uparrow et \downarrow du clavier.
- Un des inconvénients est de ne pouvoir créer un gif animé à l'aide d'un champ texte.

3.8 Trace d'un objet – Lieu géométrique – Equation paramétrée

Exercice 33 [Lieu Géom Triangles équilatéraux]

M est un point mobile d'un segment $[AB]$, C et D sont les 3^e sommets respectifs des triangles équilatéraux directs AMC et MBD. I est le milieu de $[CD]$.



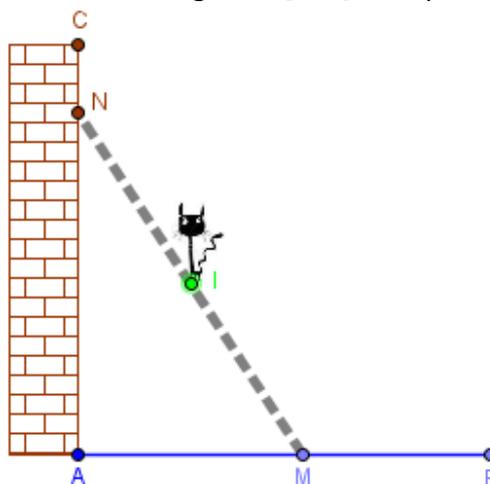
- Conjecturer le lieu géométrique de I lorsque M parcourt $[AB]$: faire afficher la trace de I (clic droit sur l'objet puis **Trace activée**) et faire varier le point M à l'aide de la souris.
- Faire afficher le lieu géométrique de I : clic sur l'icône , puis sur le point I, puis sur le point M.

NB : un lieu géométrique est un objet sous Géogébra.

Exercice 34 [Lieu Echelle glissante]

$[MN]$ représente une échelle de 3m de long. Celle-ci se met à glisser en M sur le sol $[AB]$, le point N glisse alors le long du mur $[CA]$.

Conjecturer le lieu du point I, milieu du segment $[MN]$, lorsque M décrit $[AB]$.



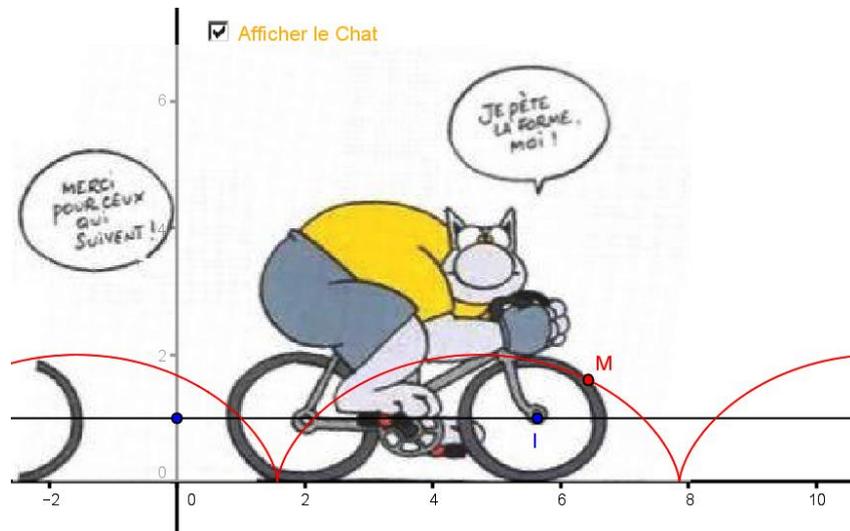
Exercice 35 [Le Chat] *

I est un point mobile de la droite d d'équation $y = 1$ et C le cercle de centre I et de rayon 1. M est un point de C décrivant la trajectoire « d'une roue de vélo » lorsque I varie sur d.

La position de M est donnée par le système $\begin{cases} x_M = a + \cos(-a) \\ y_M = 1 + \sin(-a) \end{cases}$ où a est l'abscisse du point I.

Saisir les coordonnées paramétrées de M et faire afficher la cycloïde.

Un exemple de rendu avec une image mobile :



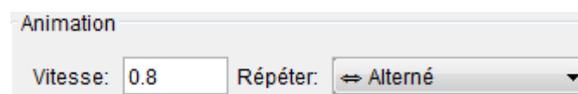
3.9 Animation

Exercice 36

- Reprendre les exercices 32 et 33 en faisant afficher la trace de I et en animant M (clic droit **Animer**).
- Reprendre l'exercice 16 et animer le point M sur la courbe de g.
[\[Tangente & pente\]](#)
- Toutes les constructions effectuées au §3.5 peuvent être animées via le curseur.
[\[Animation Polynome avec trace\]](#)

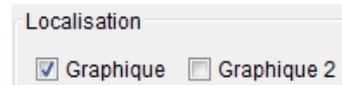
NB : vous pouvez contrôler l'animation d'un objet à l'aide des boutons  et  situés en bas à gauche de la fenêtre **Graphique**.

Vous pouvez également régler la vitesse et l'alternance de l'animation :



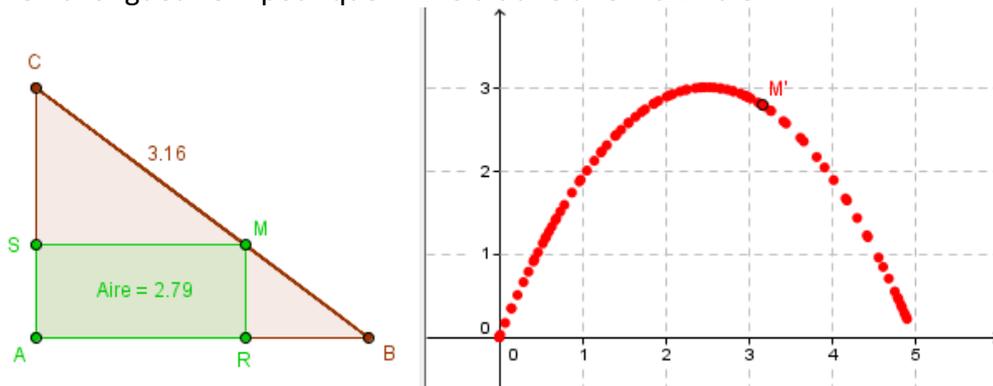
3.10 Utilisation de la 2^e fenêtre graphique

- Dans **Affichage**, cliquer sur  pour faire afficher la 2e fenêtre graphique de Géogébra.
- Lorsque vous créez un objet, il s'affichera dans la dernière fenêtre graphique sélectionnée.
- Vous pouvez afficher un objet dans l'une ou l'autre des fenêtres ou les deux en même temps. Aller dans **Propriétés**, onglet **Avancé** :



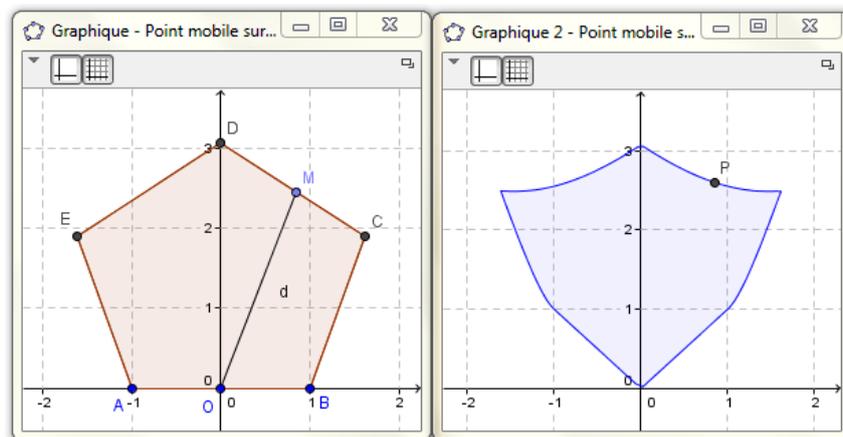
Exercice 37 [Deux fenetres Aire Max]

ABC est un triangle rectangle tel que $AB = 4\text{cm}$ et $AC = 3\text{cm}$. M un point mobile du côté [BC], R et S des points de [AB] et [AC] tels que le quadrilatère ARMS est un rectangle. Conjecturer la longueur CM pour que ARMS ait une aire maximale.



Exercice 38 [Deux fenetres Pentagone]

Dans la 1^e fenêtre graphique, on considère les points $A(-1 ; 0)$ et $B(1 ; 0)$ et le pentagone régulier ABCDE situé au-dessus de l'axe des abscisses. Placer un point M sur l'un des côtés du pentagone. Faire afficher dans la 2^e fenêtre graphique le lieu du point P tel que, son abscisse est celle de M et son ordonnée est la longueur OM, quand M décrit les côtés de ABCDE.



3.11 Partage sur GéogébraTube

- Le site GéogébraTube est une plate forme de partage de fichiers GGB sur lequel vous pouvez trouver des milliers de fichiers à télécharger. Après inscription, il vous sera également possible d'y poster vos fichiers personnels.
- Pour envoyer un document, aller dans :
 - Fichier** et cliquer sur  Partager... ou
 - Fichier \ Exporter** et cliquer sur  Feuille de travail dynamique en page web (html) ...

4. Personnalisation du logiciel :

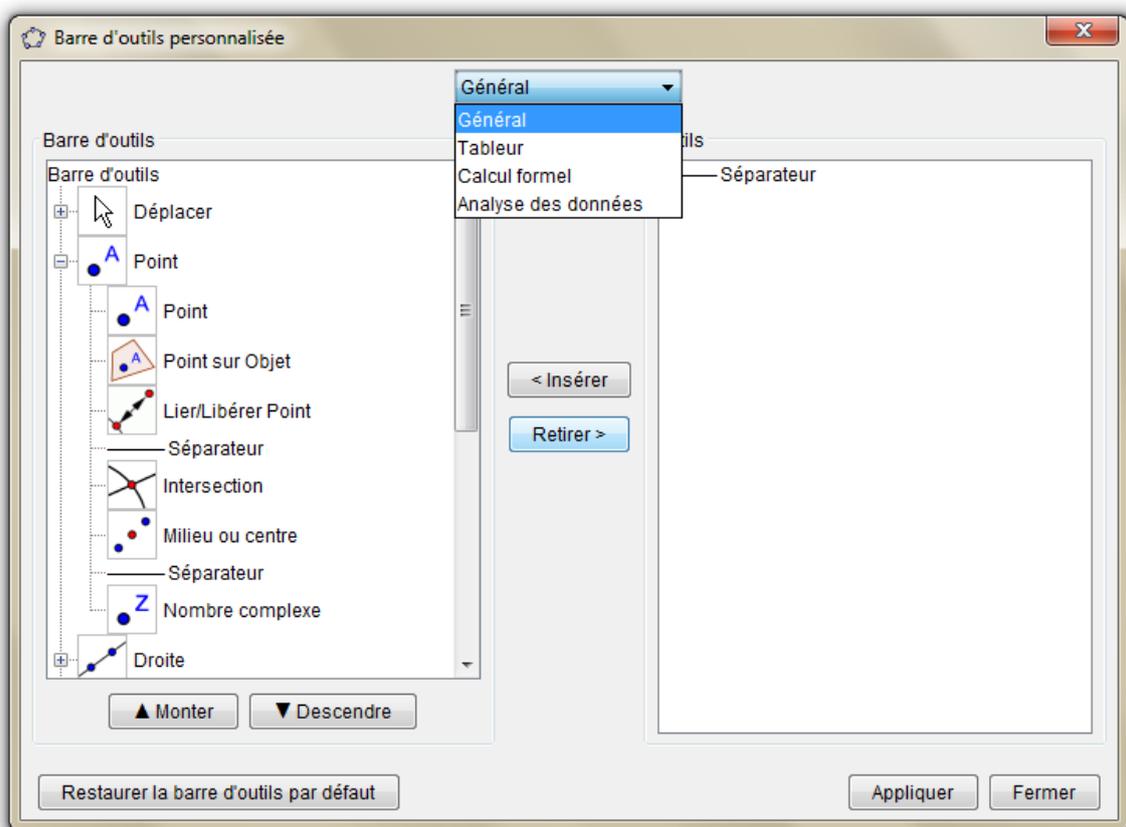
4.1 Préambule

Comme pour tout logiciel il est pratique de personnaliser Géogébra, ce qui permettra à chaque utilisateur d'adapter le logiciel à ses besoins. Ceci dans un souci de confort d'utilisation et de gain de temps.

- Pour une utilisation en collège par exemple, il est inutile de conserver les icônes telles que Coniques, Vecteurs, Homothétie, etc...
- A l'inverse, on peut avoir besoin d'outils pratiques qui ne sont pas présents par défaut. On utilise souvent les médianes et hauteurs dans un triangle, certains points remarquables... Géogébra permet la création et l'ajout de nouveaux outils.
- Enfin, on peut se créer une bibliothèque de fichiers de référence qui pourront servir de base pour être réutilisés.

4.2 Personnalisation de la barre d'outils

Pour personnaliser la barre d'outils, aller dans **Outils \ Barre d'outils personnalisée**



En cliquant sur les **+**, on accède aux outils ; les boutons **< Insérer** et **Retirer >** permettent leur sélection. Il est possible de retrouver la configuration initiale en cliquant sur **Restaurer la barre d'outils par défaut**.

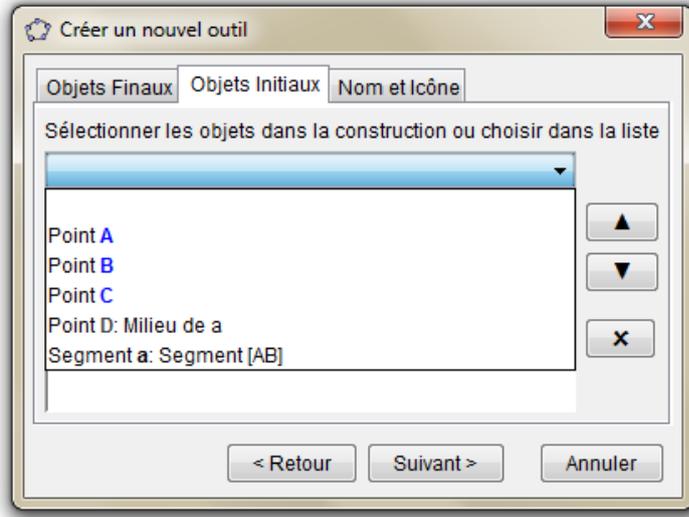
Exercice 39

Créer un fichier GGB « Geom College » paramétré seulement avec les outils géométriques utilisés dans le programme de collège.

4.3 Création d'outils personnalisés

- Nombreux sont les outils que nous utilisons régulièrement mais qui sont absents de la configuration de base de Géogébra. Ce dernier permet la création d'outils personnalisés (macros).

La démarche consiste à effectuer une suite de tâches puis de renseigner les objets initiaux ainsi que les objets finaux que vous souhaitez (dans **Outils \ Créer un outil**).



Les flèches permettent de mettre les objets en ordre, la croix de les supprimer.

Vous pouvez également personnaliser votre macro dans l'onglet **Nom et icône**.

La sélection de **Visible dans la barre d'outils** affichera votre macro sur la fenêtre principale.

Exercice 40

Créer une macro « Mediane Triangle » qui, à partir d'un triangle donné, permet la construction d'une médiane (segment) en cliquant sur un sommet et sur son côté opposé.

Vous pourrez alors utiliser la macro à votre guise dans le fichier soit par clic sur l'icône soit par saisie semi-automatique dans le champ de saisie.



Exercice 41

Créer une macro « Hauteur » qui permet de tracer la hauteur (segment) par clic sur un sommet d'un triangle.

Exercice 42

Créer une macro qui permet la construction d'un triangle équilatéral à partir de deux points existants.

Quel outil intégré de Géogébra joue déjà le rôle de cette macro ?

4.4 Gestion et utilisation d'outils personnalisés

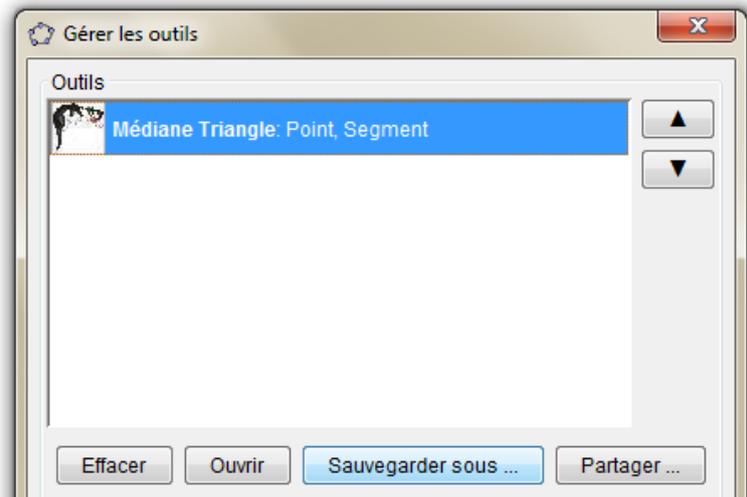
Une macro créée dans un document GGB n'est présente que dans celui-ci !

Après fermeture puis réouverture du document, vous retrouverez votre macro mais elle n'apparaîtra pas à l'ouverture ou à la création d'un autre fichier.

Pour pouvoir utiliser une macro dans d'autres documents GGB, il faut au préalable l'enregistrer.

4.4.1 Enregistrement d'une macro

Aller dans **Outils \ Gérer les outils** puis cliquer sur l'outil souhaité et **Sauvegarder sous**.
Un tel outil sera enregistré sous la forme d'un fichier compressé avec l'extension **.ggt**



Une fois créées et enregistrées, il suffit d'importer les macros afin de les réutiliser.

4.4.2 Utilisation d'une macro

Ouvrir Géogébra, puis ouvrir le fichier *.ggt souhaité (**Fichier \ Ouvrir** ou **Ctrl + O**).
Votre macro sera alors intégrée à vos outils.

La sélection multiple fonctionne à l'aide des touches **Ctrl** et /ou **Shift**.



Pour conclure la manipulation, vous pouvez gérer vos outils comme nous l'avons vu dans le paragraphe 4.2.

Exercice 43

Dans un nouveau document GGB, construire un triangle équilatéral et ses trois médianes à l'aide des macros créées dans les exercices précédents.

Exercice 44

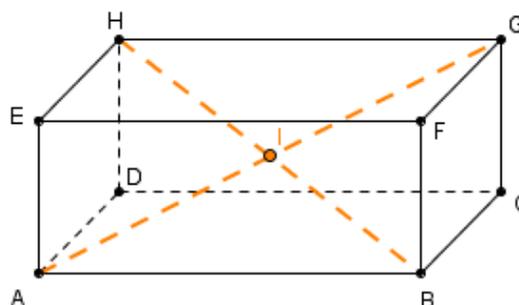
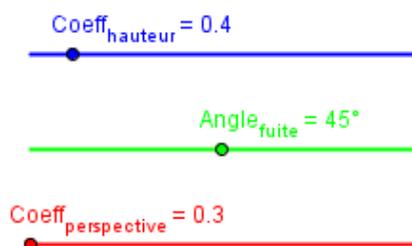
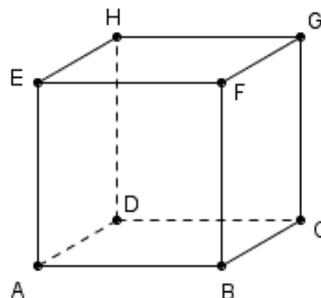
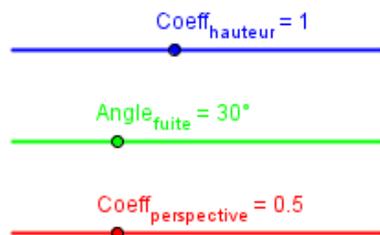
Compléter le cas échéant la macro sur le triangle équilatéral et reprendre l'exercice 43.

4.4.3 Exemple d'une macro « 3D »

[Pavés droits]

Voici des représentations d'un cube et d'un pavé droit.

Elles ont été créées à l'aide d'une macro permettant la représentation en perspective cavalière de parallélépipèdes rectangles de façon dynamique à partir de deux points (segment [AB]) et de curseurs.



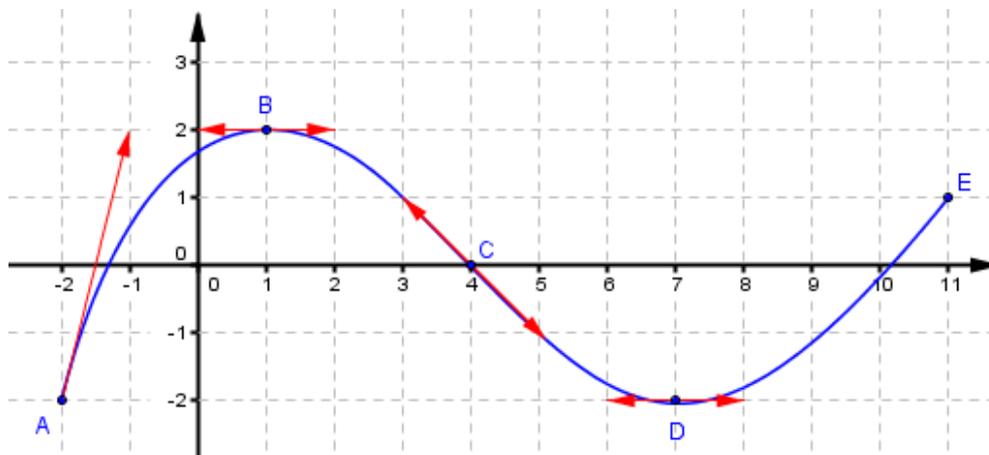
4.4.4 Exemple d'une macro « spline »

[Cspline] *

Une macro pratique permet de tracer des courbes répondant à des besoins en coordonnées de points et de coefficients de tangentes. On utilise des courbes paramétrées de Bézier.

Voici la représentation graphique d'une fonction f telle que :

- $f(-2) = -2$, $f(1) = 2$, $f(4) = 0$, $f(7) = -2$ et $f(11) = 1$
- $f'(-2) = 4$, $f'(1) = 0$, $f'(4) = -1$ et $f'(7) = 0$.

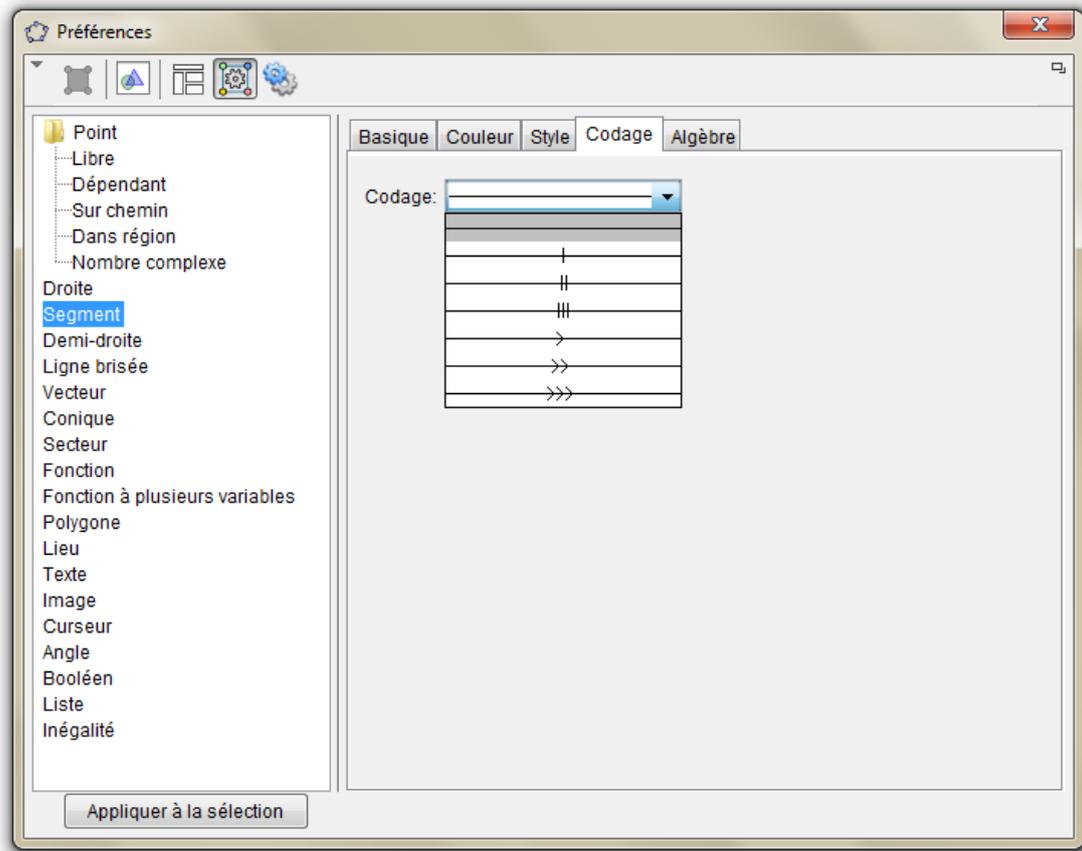


4.4.5 Ressources

Notons que de nombreux outils ont déjà été créés par la communauté d'utilisateurs de Géogébra. On peut les télécharger gratuitement.

4.5 Personnalisation des préférences

- Vous avez la possibilité de modifier de nombreux paramètres par défaut dans Géogébra en allant dans **Options \ Avancé** :



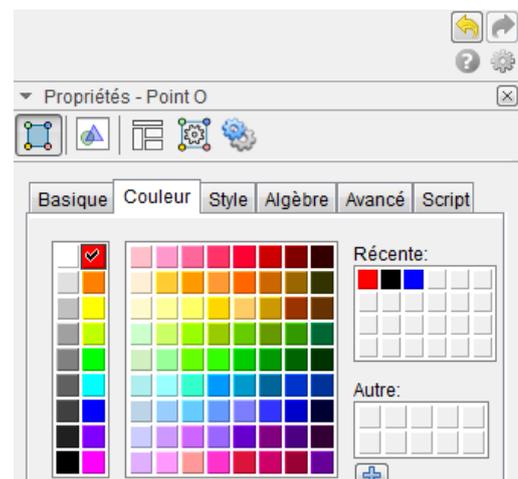
 Dans les préférences **Graphique**, vous pouvez paramétrer les axes du repère, la grille, l'arrière plan et faire afficher la commande des étapes d'une construction.

 Depuis les préférences **Aspect**, vous pouvez sélectionner les différentes fenêtres d'affichages que vous souhaitez et les disposer à votre convenance.

 Dans préférences **Défaut**, il est possible d'effectuer des modifications sur les objets.

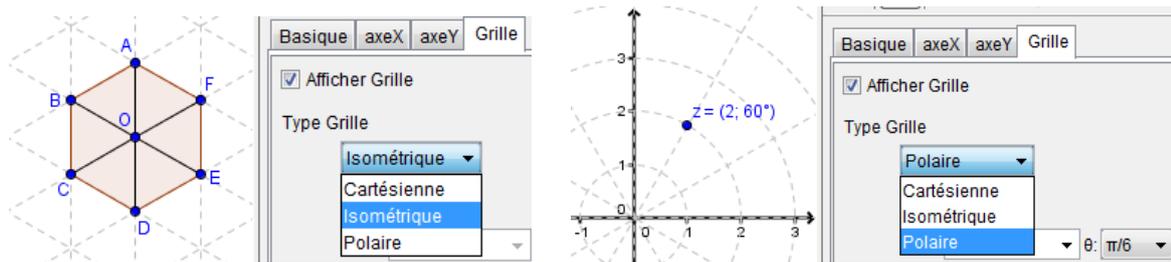
 D'autres paramétrages sont accessibles dans préférences **Avancé** (unité d'angle...).

- Vous pouvez sauvegarder votre configuration dans **Options \ Sauvegarder la configuration**
- Vous pouvez aussi épingler la fenêtre des préférences dans la fenêtre principale en cliquant sur l'icône 

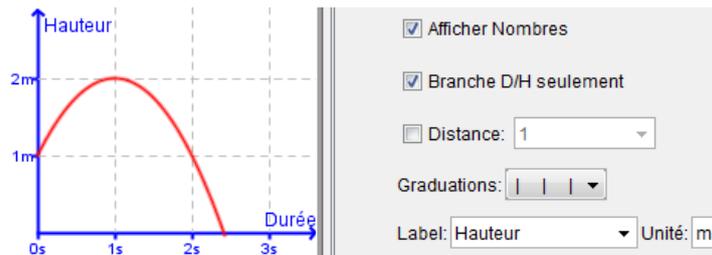


4.6 Paramétrages graphiques :

- Vous pouvez sélectionner différentes grilles de fond en fonction de vos besoins :



- Utiliser l'option Branche D/H et renseigner Label et Unité est souvent pratique :



4.7 Création d'une bibliothèque :

Plutôt que produire plusieurs fois des documents similaires, on peut utiliser certains documents comme fichiers de référence, ce qui permettra de gagner un temps précieux. Créez-vous une bibliothèque de fichiers qui vous serviront de base.

Exercice 45 [Points remarquables]

Réaliser un fichier dans lequel vous aurez créé un outil « Centre Cercle Circonscrit », un « Centre Cercle Inscrit » et un « Orthocentre ».

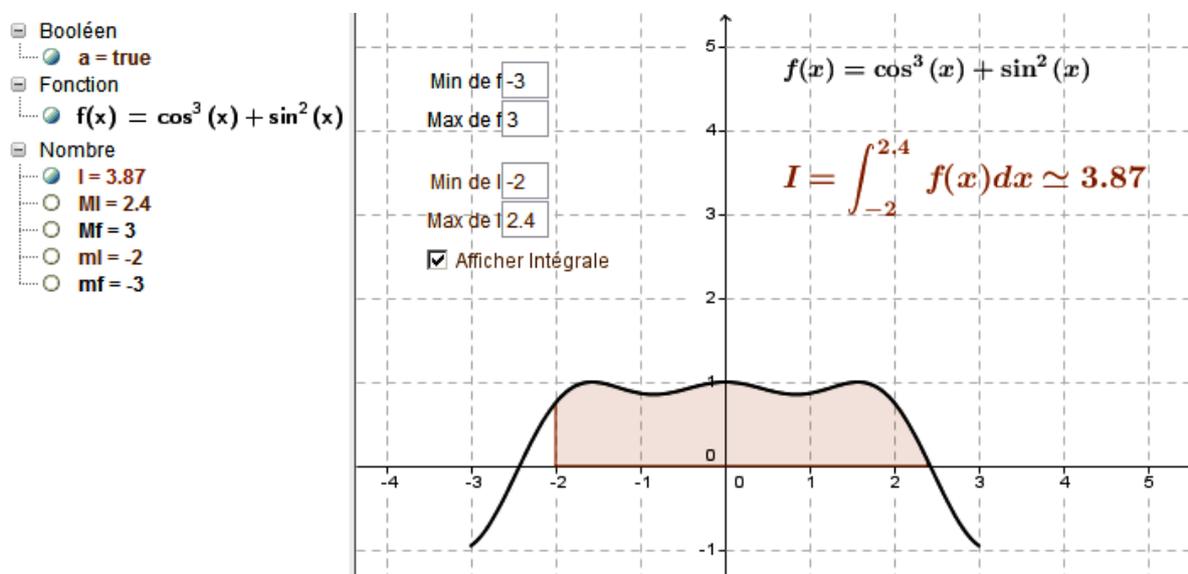
Compléter éventuellement avec une macro « droite d'Euler ».

Exercice 46 [Integrale]

Créer un fichier « Integrale » qui affiche la courbe d'une fonction f et son intégrale I .

On souhaite que les bornes de f puissent être modifiables, ainsi que les bornes de I .

L'affichage de I sera optionnel et des inserts de textes dynamiques indiqueront f et I .



5. Compléments et outils avancés sur Géogébra v4.4 :

5.1 Fonctions définies par morceaux

Exercice 47

- Que réalise la commande suivante $f(x)=\text{Fonction}[\text{Si}[\text{abs}(x)>1,x,-x],-2,2]$?
- Saisir la fonction g définie par morceaux sur l'intervalle $[-3 ; 2]$ par

$$\begin{cases} e^x & \text{si } -3 \leq x \leq 0 \\ -x^2 + 1 & \text{si } 0 < x < 1 \\ x - 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

Exercice 48

Faire afficher la représentation graphique de la fonction partie entière sur l'intervalle $[-2 ; 5]$.

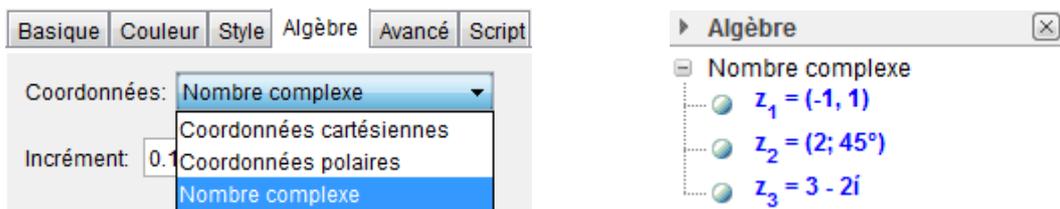
5.2 Nombres complexes

- Les commandes **Alt + i** et **Alt + e** permettent la saisie de nombres complexes sous forme algébrique et exponentielle. Il est préférable de les utiliser pour éviter toute confusion.

Exercice 49

Saisir les nombres complexes $z_1 = -1 + i$, $z_2 = 2e^{i\pi/4}$ et $z_3 = 3 - 2i$.

- Vous pouvez faire afficher les coordonnées de complexes sous différentes formes :



- Voici les commandes de base :

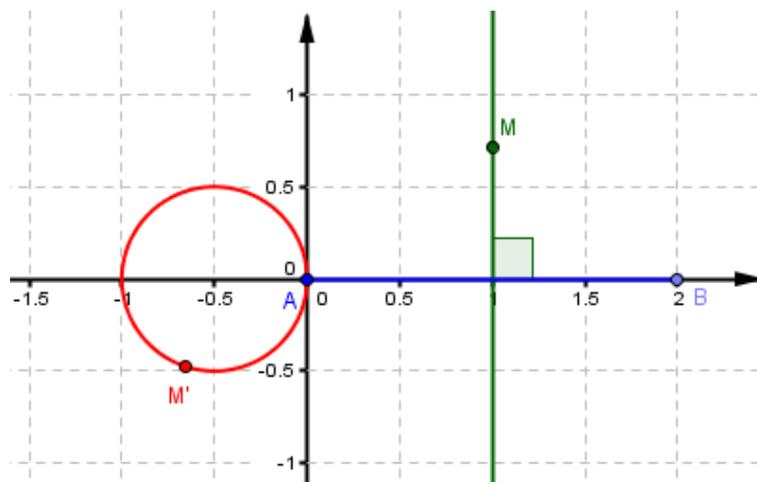
Partie réelle	Re(), Real()
Partie imaginaire	Im(), Imaginary()
Module	abs()
Argument	arg()
Conjugué	conjugate()

Exercice 50 [Complexes Lieu]

Soit les points $A(0 ; 0)$ et $B(2 ; 0)$ et M un point de la médiatrice du segment $[AB]$.

Définir le complexe $z = x(M) + iy(M)$ puis le point M' d'affixe z' tel que $z' = \frac{1}{z-2}$.

Décrire le lieu géométrique de M' quand M parcourt la médiatrice.



5.3 Affichage conditionnel

Géogébra permet d'afficher des objets lorsque certaines conditions logiques sont réalisées.

Exercice 49 [Affichages Conditionnels]

Créer deux nombres n_1 et n_2 et deux textes qui les affichent.

On va créer un texte « = » qui s'affiche seulement si $n_1 = n_2$. Pour cela, aller dans **Propriétés**, onglet **Avancé** et saisir :



Faire varier n_1 et/ou n_2 , on obtient par exemple l'affichage $1.9 = 1.9$

Exercice 50 [idem]

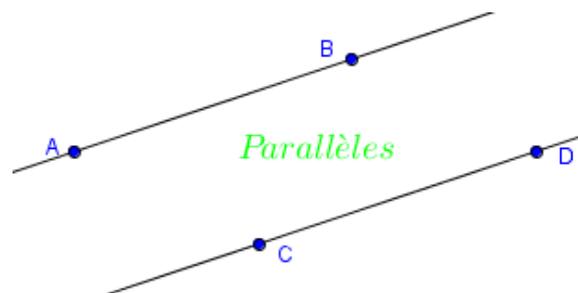
Modifier le fichier précédent pour obtenir « < » ou « > » selon les valeurs de n_1 et de n_2 .

$$1.9 < 2.2 \qquad 1 > -0.7$$

Exercice 51 [idem] *

• Créer deux droites $d_1 = (AB)$ et $d_2 = (CD)$. Faire afficher un texte « Parallèles » lorsque (AB) et (CD) sont parallèles avec une tolérance d'écart de pente inférieure à un centième.

On pourra saisir la condition $\text{abs}(\text{Pente}[d_1] - \text{Pente}[d_2]) < 0.01$



• Compléter la condition d'affichage avec le cas où les points d'une droite ont même abscisses. Utiliser les connecteurs logiques \vee et \wedge .

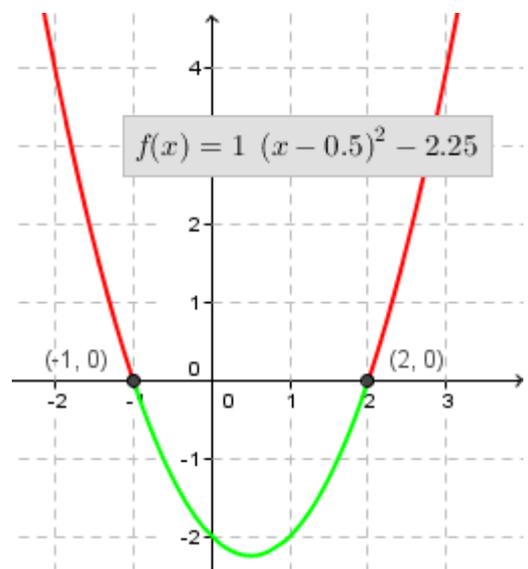
Exercice 52 [idem]

Compléter l'exercice précédent avec l'affichage d'un texte « Perpendiculaires ».

Exercice 53 [idem]

Créer un trinôme f sous forme canonique dépendant de curseurs a , b et c et faire afficher la parabole de deux couleurs différentes selon le signe de f .

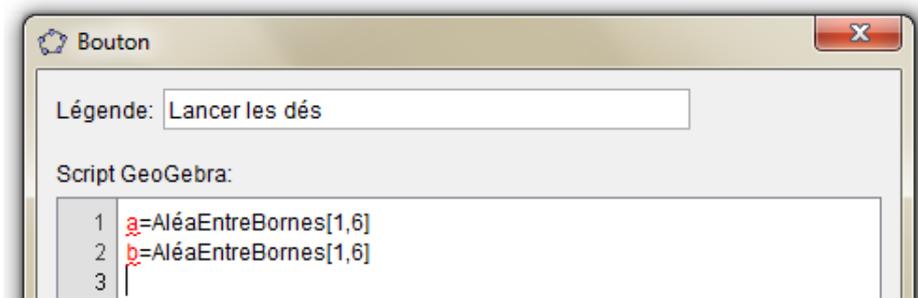
Pour cela, cacher f , saisir $g(x) = \text{Si}[f(x) > 0, f(x)]$ et attribuer une couleur à g . Faire de même avec h pour $f(x)$ négatif. Faire afficher l'intersection de f avec l'axe des abscisses.



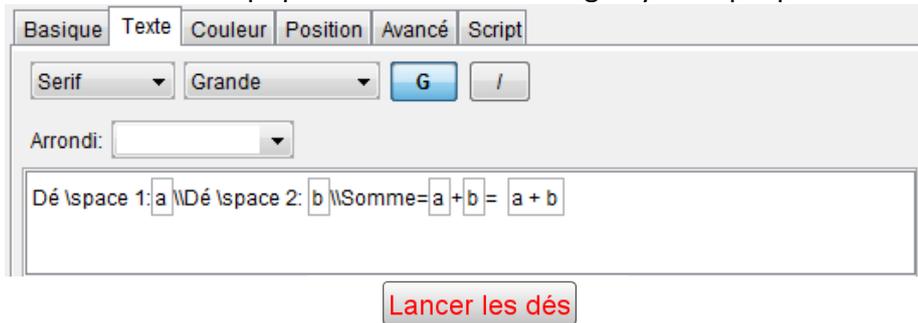
5.4 Boutons – Script

Exercice 54 [Bouton]

- A l'aide de l'outil , créer un bouton contenant le script :



- Insérer un texte avec ce script pour obtenir un affichage dynamique par clic sur le bouton.



Dé 1 : 3
Dé 2 : 5
Somme = 3 + 5 = 8

Exercice 55 [idem]

- Créer la liste suivante de 24 nombres :

ListeNombres={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,25,50,75,100}

et un bouton codé par $L = \text{Séquence}[\text{Elément}[\text{ListeNombres}, \text{AléaEntreBornes}[1,24]], i, 1, 6]$
 $\text{Total} = \text{AléaEntreBornes}[101, 999]$

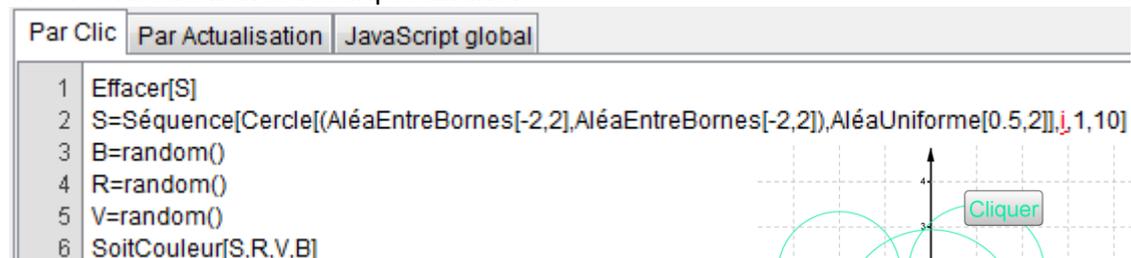
- Faire afficher la liste L ainsi que le total à trouver.

Lancer le compte est bon

{ 1, 7, 25, 5, 9, 10 } → 543

Exercice 56 [Cercles en vrac]

Créer un bouton avec le script suivant :



5.5 Utilisation de séquences (boucles) – Création de listes d'objets

5.4.1 Outil séquence

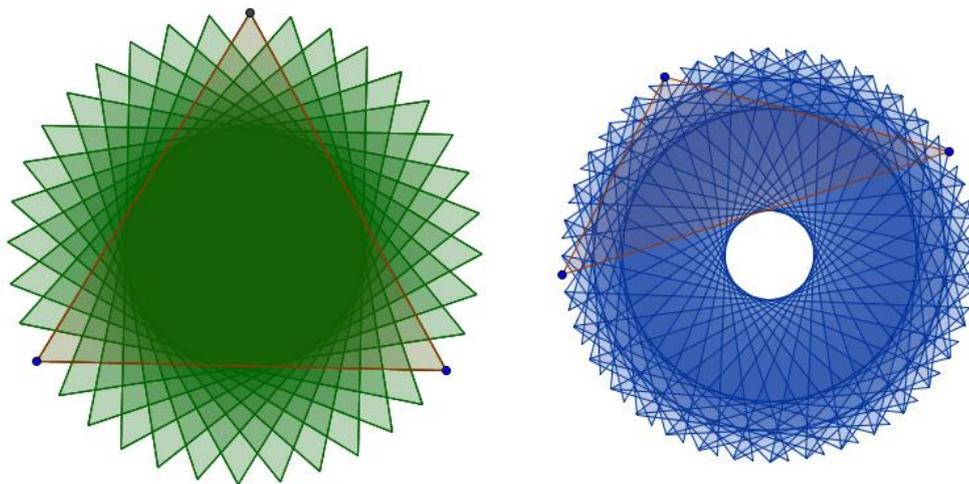
Exercice 57 [Sequence 1]

- Saisir `Séquence[(0,j),j,0,5]` et décrire le rendu.
- Saisir `Séquence[(i,0),i,0,10,0.5]`
- Saisir une ligne de commande qui affiche tous les points de coordonnées (i ; j) pour i allant de 0 à 10 avec un pas de 0,5 et pour j allant de 0 à 5 avec un pas de 1.

Exercice 58 [Sequence 2]

Soit un triangle ABC de centre O.

- Créer une séquence qui trace les images de ABC par rotation de centre O et d'angle i° , i variant de 10 à 350 avec un pas de 10.
- Créer une macro « Rotation35 » et l'utiliser sur des triangles.



- Modifier votre fichier avec un nombre total n de triangles variable de 1 à 72.

5.4.2 Outil Iteration et IterationListe

Exercice 59 [Iteration & IterationListe]

- Saisir $f(x)=x+2$ puis `Iteration[f,1,5]`. Que rend cette dernière commande ?

Prenons l'exemple d'une suite récurrente (u_n) définie par
$$\begin{cases} u_0 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$$

La commande a permis de calculer u_5 lorsque $u_0 = 1$.

Elle est définie de la manière suivante par les champs : [fonction , 1^{er} terme , nb d'itération]

- Soit (v_n) définie par
$$\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = (v_n)^2 \end{cases}$$
. Déterminer v_4 .

Exercice 60 [idem]

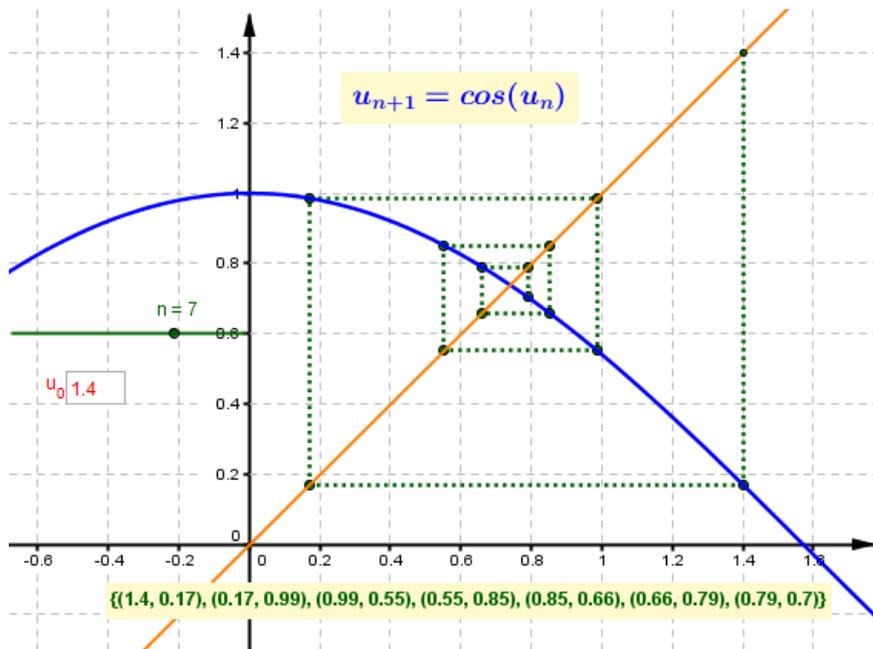
- Créer la liste des termes de la suite (u_n) pour n allant de 0 à 5 à l'aide de la commande `IterationListe[f,1,5]`.
- Créer la liste des cinq premiers termes de la suite (v_n) .

Exercice 61 [Suite Colimaçon]

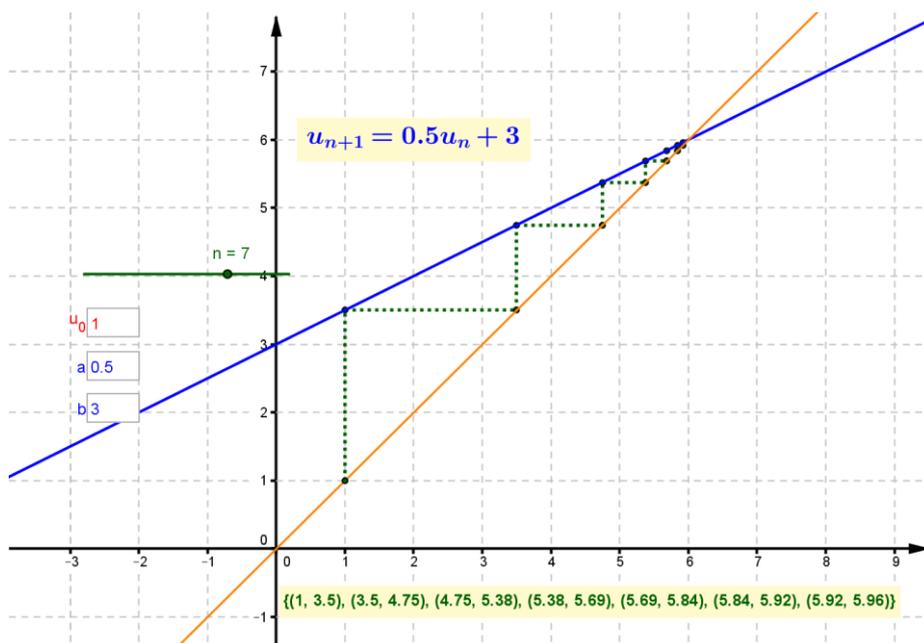
Nous allons créer la suite de points et de segments pour illustrer la convergence de la suite

$$(u_n) \text{ définie par } \begin{cases} u_0 = 1,4 \\ u_{n+1} = \cos(u_n) \end{cases}$$

- Créer d la 1^e bissectrice du repère, f la fonction cosinus, un curseur n d'entiers et un champ texte u_0 de réels.
- Saisir les commandes `ItérationListe[f, u_0, n]`
`Séquence[(Elément[L1, i], Elément[L1, i + 1]), i, 1, n]`
- Saisir la commande pour créer la suite de points sur d.
- Saisir la commande `Séquence[Segment[(Elément[L1, i], Elément[L1, i]), (Elément[L1, i], Elément[L1, i + 1])], i, 1, n]`
- Saisir la commande qui crée la suite de segments horizontaux.
- A l'aide de la commande `Texte[]`, créer la liste des coordonnées $(u_n ; u_{n+1})$ des points sur C_f .



- Exemple avec une suite arithmético-géométrique [Suite Escalier] :



5.6 Régionnement de plan – Programmation linéaire

Sous Géogebra, vous pouvez tracer des droites par saisie de leurs équations cartésienne ou réduite. La saisie d'inégalités permet d'effectuer des régionnements du plan.

Exercice 62 [Prog Lin - Régionnement]

Saisir une à une les inéquations du système

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 100 \\ y \leq -2x + 80 \end{cases} \text{ et dans Propriétés \ Style cocher}$$

Remplir: Inverser le remplissage



Exercice 63 [Prog Lin – Polyg des contraintes]

On considère le problème d'optimisation suivant.

Une usine produit deux modèles d'outils, l'un noté A qui nécessite 2kg de matière première et 30h de fabrication pour un bénéfice de 7€. L'autre, noté B, nécessite 4kg de matière première et 15h de fabrication pour un bénéfice de 6€.

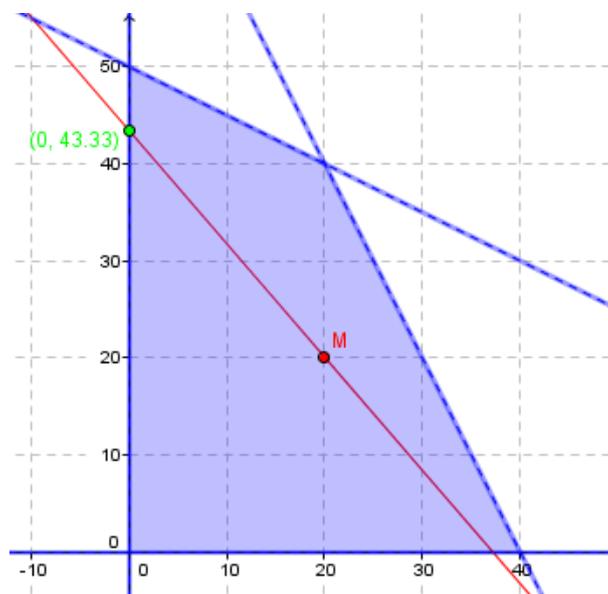
Quelle est la production à réaliser pour maximiser le bénéfice sachant que l'usine dispose de 200kg de matière première et de 1200h de travail ? Quel est ce bénéfice maximal ?

- x représente le nombre d'outils A et y le nombre d'outils B.

Saisir la commande $(x \geq 0) \wedge (y \geq 0) \wedge (x + 2y \leq 100) \wedge (y \leq -2x + 80)$ pour obtenir le polygone des contraintes.

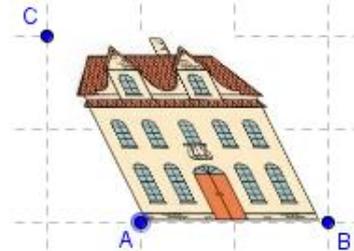
- Le bénéfice B est donné par $B = 7x + 6y$, soit $y = -\frac{7}{6}x - \frac{B}{6}$.

Placer un point M sur le polygone puis tracer la droite passant par M et de pente $-7/6$. Faire varier le point M pour conjecturer les valeurs de x et de y ainsi que le bénéfice maximal.



5.7 Insertion d'une image

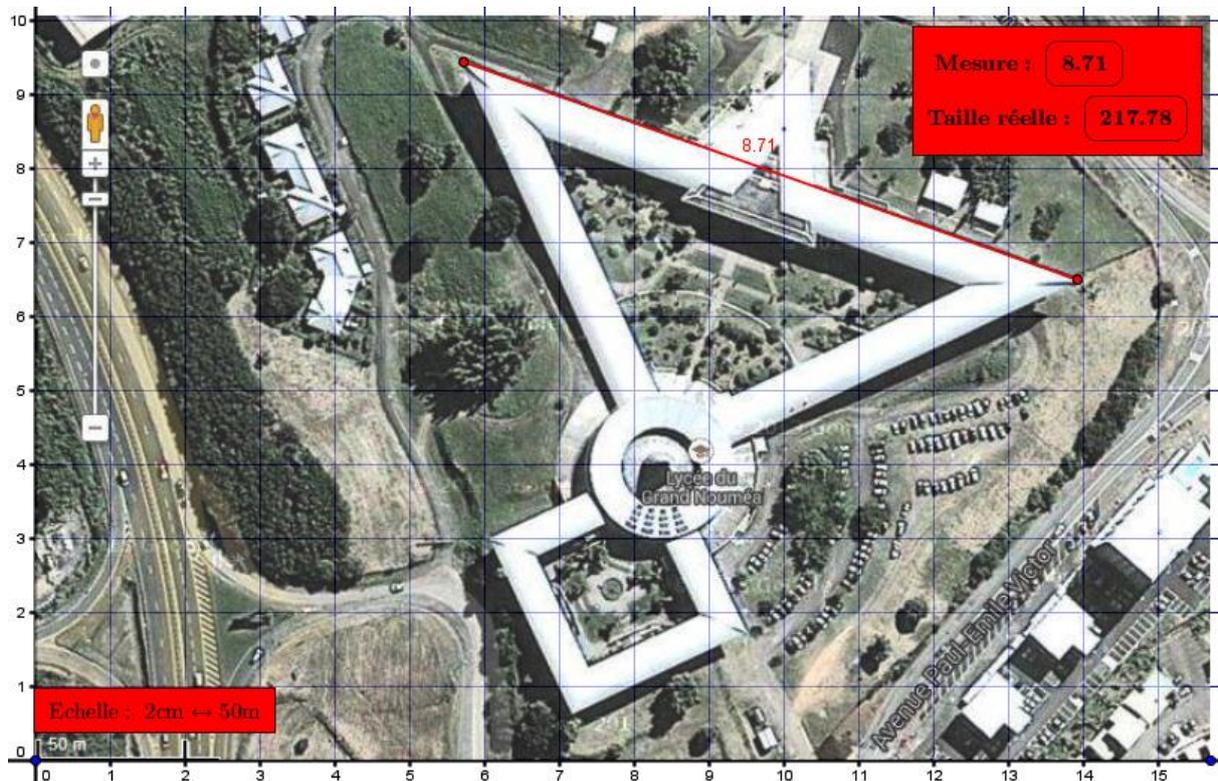
- Pour insérer une image, utiliser l'icône  puis cliquer une fois sur le graphique, ce qui déterminera l'emplacement de l'image dans son coin bas gauche.
- Dans la pratique, il est préférable de créer au préalable trois points, lesquels serviront de coins à l'image et permettront de la manipuler (tourner, agrandir/réduire, étirer, déformer). Aller dans **Préférences**, onglet **Position** :



Exercice 64 [Image LGN]

Créer un document dans lequel la manipulation d'un segment sur une image insérée permet de déterminer une approximation des longueurs réelles (mesures dynamiques).

Un exemple de rendu :



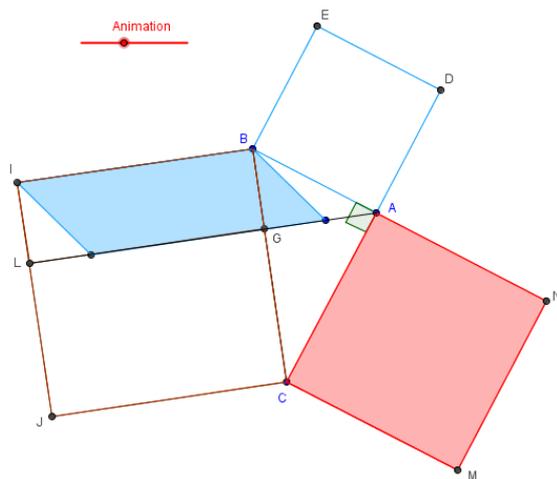
NB : régler l'opacité de la figure pour apercevoir la grille.

6. Exemples de fichiers Géoégbra à utiliser :

[Pythagore Animation] *

- Classe de 4^e : Théorème de Pythagore, Aire.
- Contenus GGB : points mobiles, rotation, textes et figures dépendants d'un curseur.

Ce fichier Géogebra permet d'illustrer le théorème de Pythagore à l'aide de l'égalité des aires des carrés des côtés de l'angle droit avec celle du carré de l'hypoténuse.

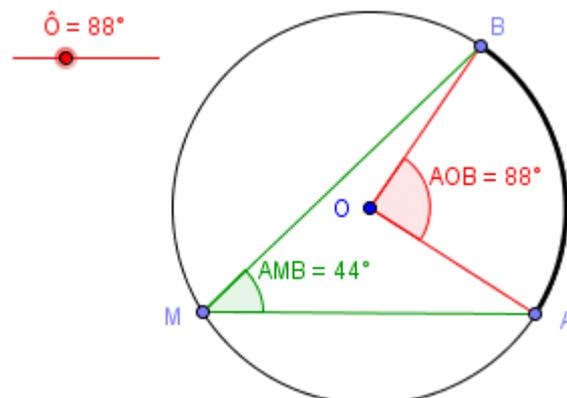


L'aire du carré bleu est la même que celle du parallélogramme.
En effet, le carré a pour aire côté×côté donc $BE \times DE$
Le parallélogramme bleu, lui, a pour base BE et pour hauteur DE
 $\widehat{\text{angle}}EBG = \widehat{\text{angle}}ABI$
En effet, ces deux angles sont constitués d'un angle droit et de l'angle \widehat{ABG}
On peut donc placer le parallélogramme bleu en bas
Le parallélogramme bleu est de la même aire que le rectangle BGLI
Ceci avec un raisonnement identique au carré et au parallélogramme de tout à l'heure

[Angle inscrit]

- Classe de 3^e : Angles inscrits, angle au centre.
- Contenus GGB : curseur, point mobile, arc de cercle dynamique, animation.

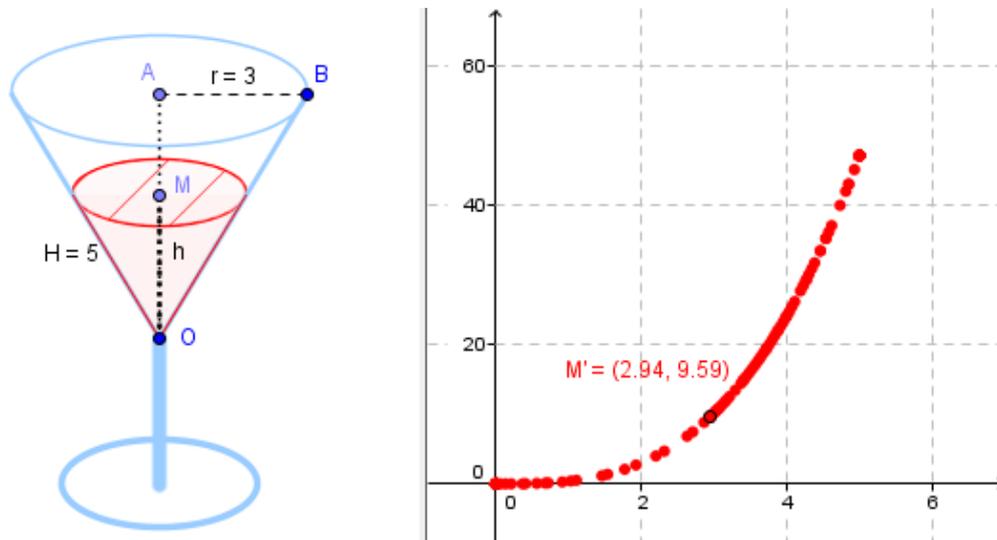
Voici une animation qui illustre la propriété liant l'angle inscrit et l'angle au centre dans un cercle. L'angle au centre se manipule à l'aide d'un curseur.



[Verre conique]

- Classe de 3^e / 2^e : Volume, théorème de Thalès, propriété $k-k^2-k^3$, variation de fonction.
- Contenus GGB : 2^e fenêtre graphique, curseur, point mobile, homothétie, trace.

Voici une animation qui indique la variation du volume v du liquide contenu dans un verre conique en fonction de sa hauteur h . Le point M' a pour coordonnées $(h ; v)$.

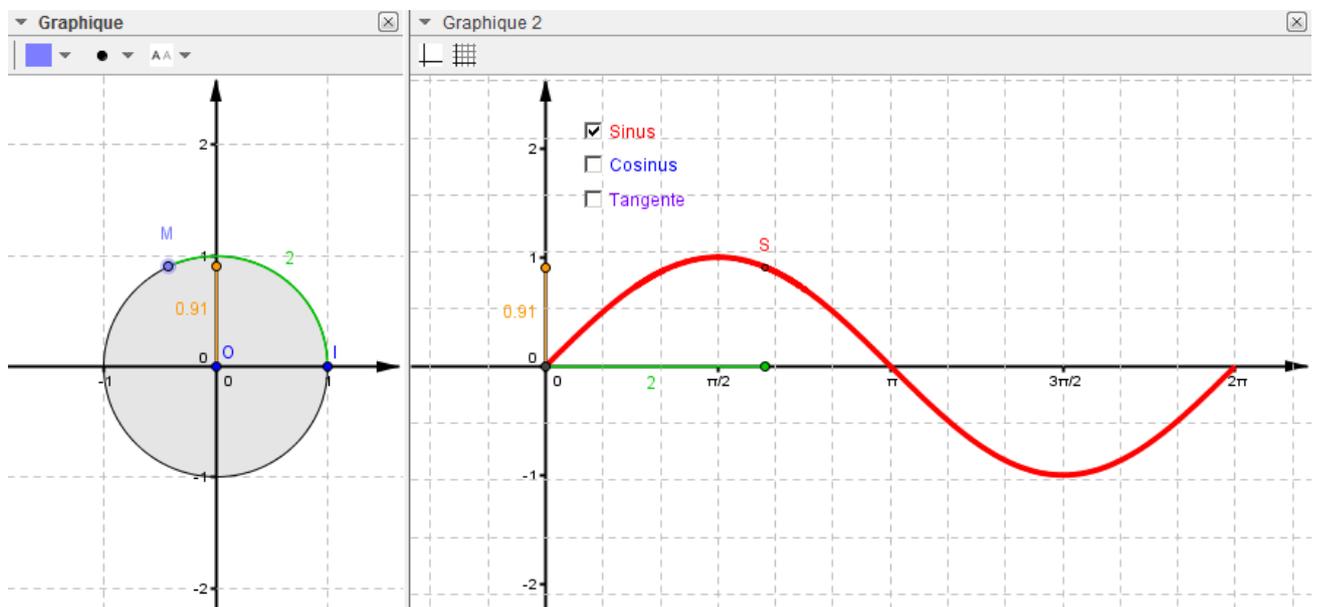


[Trigo]

- Classe de 1^e : Fonctions circulaires.
- Contenus GGB : 2^e fenêtre graphique, point mobile, segment et arc de cercle dynamiques, bouton sélection d'un objet, animation, paramétrages graphiques (couleurs, repère).

Dans le graphique 1, M est un point mobile du cercle trigonométrique repéré par son abscisse curviligne (en vert) et son ordonnée (en jaune).

On représente dans le graphique 2, le lieu du point S (ou C ou T) ayant ces mêmes coordonnées en coordonnées cartésiennes. Les trois fonctions sont sélectionnables.



7. Outils Tableur, Statistiques et Matrices :

7.1 Tableur-Grapheur

Le module **Tableur** dans Géogébra est une version simplifiée d'un tableur tel que Calc ou Excel mais les fonctionnalités présentes peuvent suffire dans notre pratique.

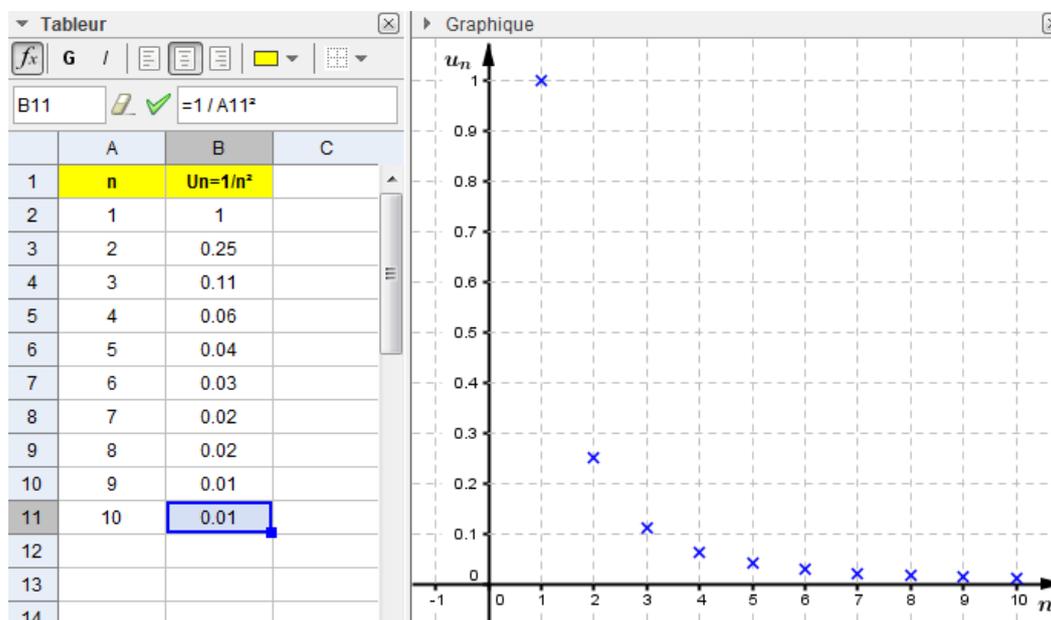
Les outils de base tel que =Somme(début : fin), le référencement absolu comme =A\$1*1.15 , etc... sont présents.

7.1.1 Création d'un nuage de points à l'aide d'un tableau de valeurs

Exercice 65 [Tableur1]

Créer dans le tableur les dix premiers termes de la suite (u_n) définie par $u_n = \frac{1}{n^2}$ pour $n \geq 1$.

Sélectionner les valeurs et, à l'aide de l'icône , faire afficher le nuage de points $M_n(n ; u_n)$.



7.1.2 Création d'un tableau de valeurs à l'aide d'un nuage de points

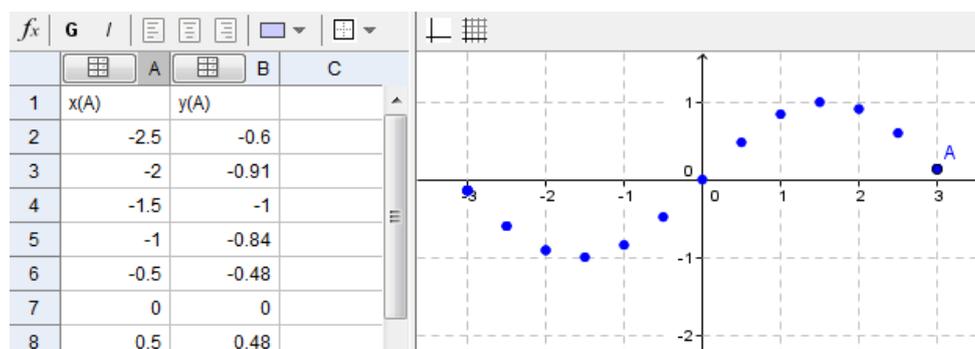
Exercice 66 [Tableur2]

Créer un curseur **a** variant de -3 à 3 avec un pas de 0,5 et le point $A(a ; \sin a)$.

Régler **a** à son minimum, faire afficher la trace de **A** (optionnel) puis utiliser

 Enregistrer dans Tableur en cliquant droit sur le point **A**.

En faisant varier le curseur, le tableur crée deux colonnes avec les coordonnées de **A**.



7.1.3 Ligne brisée des effectifs cumulés croissants

Voici un exercice type en statistiques que l'on peut donner en classes de 3^e et de 2^e.

Exercice 67 [Tableur FCC]

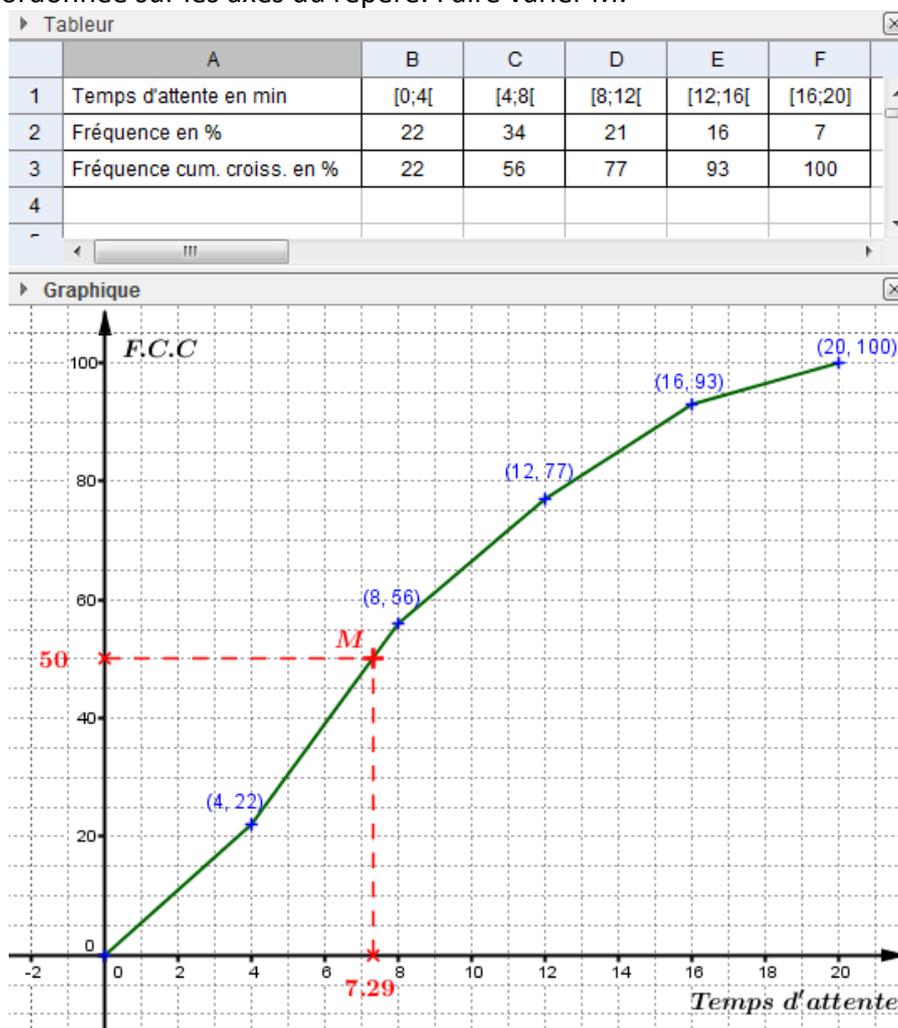
Le temps d'attente des usagers d'un bureau de poste durant un mois a été résumé dans le tableau suivant :

Temps d'attente en min	[0 ; 4[[4 ; 8[[8 ; 12[[12 ; 16[[16 ; 20]
Fréquence en %	22	34	21	16	7

- a. • Compléter le tableau avec les fréquences cumulées croissantes.
 • En supposant uniforme la répartition des durées, tracer la courbe représentative des fréquences cumulées croissantes.
- b. • Déterminer graphiquement la durée d'attente médiane.
 • On estime que le fonctionnement du bureau de poste est efficace si les $\frac{3}{4}$ des clients attendent au maximum 10 min. Cet objectif est-il atteint ?

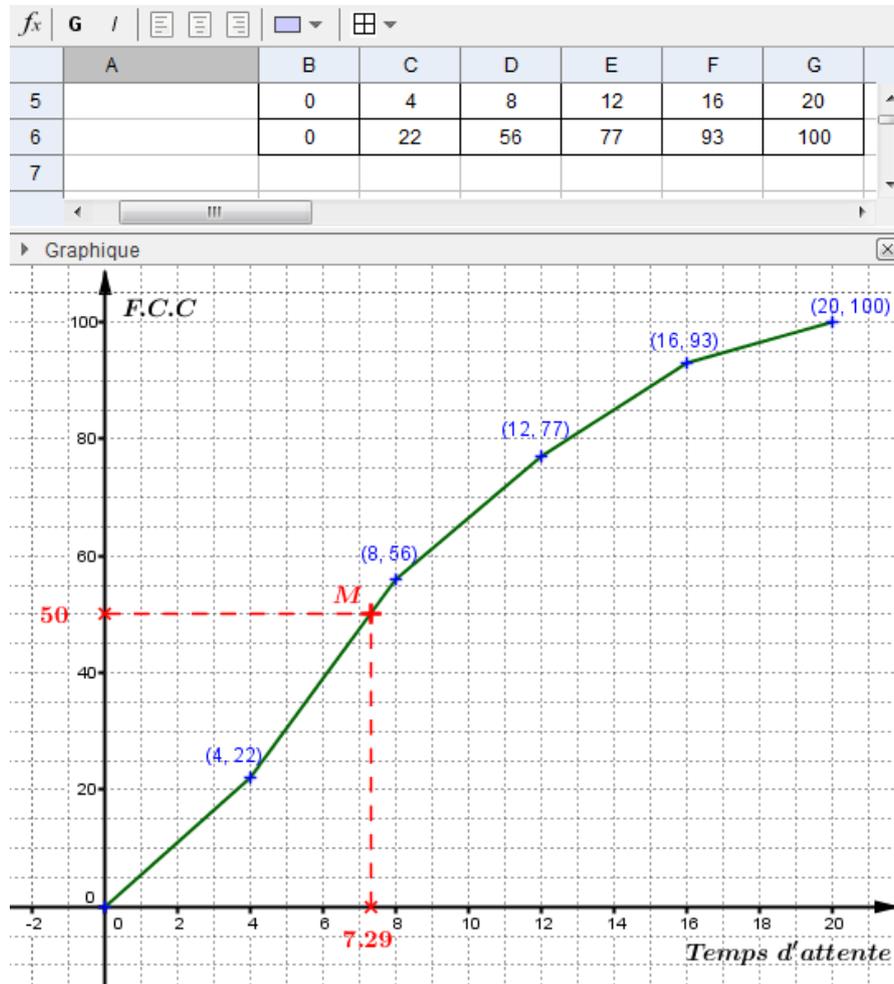
Méthode 1 : en utilisant les outils déjà rencontrés

- Placer l'origine O et les points A, B ... de coordonnées (4 ; 22), (8 ; 56) ...
- Créer la liste de points $L=\{O, A, B, C, D, E\}$.
- Créer la liste de segments à l'aide de la commande.
`Séquence[Segment[Elément[L, i], Elément[L, i + 1]], i, 1, Longueur[L] - 1]`
- Améliorer le rendu graphique.
- Placer un point M appartenant à cette ligne brisée et faire afficher son abscisse et son ordonnée sur les axes du repère. Faire varier M.



Méthode 2 : en utilisant l'outil ligne brisée

- Créer les listes comme indiqué sur la capture d'écran ci-dessous.
- Sélectionner les listes et créer la ligne brisée en cliquant sur l'icône .
- Améliorer le rendu graphique.
- Placer un point M appartenant à cette ligne brisée et faire afficher son abscisse et son ordonnée sur les axes du repère. Faire varier M.



7.2 Etudes de séries statistiques

7.2.1 Réalisation d'un diagramme en bâtons et d'un diagramme en boîte

Exercice 68 [Stats 1var bâtons]

On considère les 32 notes obtenues à une évaluation de Maths (notes entières sur 20).

Notes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Effectifs	0	0	0	0	1	0	2	3	2	1	4	5	3	1	1	3	2	1	1	2	0

a. Représenter ces données à l'aide d'un diagramme en bâtons et faire afficher les paramètres de positions de la série.

Dans la fenêtre **Tableur**

- Saisir les deux séries
- Sélectionner la liste de notes avec l'intitulé (1)
- Cliquer sur l'icône 
- Cliquer sur  et cocher **Données avec Effectifs**
- Sélectionner dans le tableur la liste des effectifs et cliquer sur  **Effectifs** (2)
- Cliquer de nouveau sur  et cocher **Utiliser l'entête comme titre** (3)
- Cliquer enfin sur **Analyse** (4) & (5)

(1)

	A	B
1	Notes	Effectifs
2	0	0
3	1	0
4	2	0
5	3	0
6	4	1
7	5	0
8	6	2
9	7	3
10	8	2
11	9	1
12	10	4
13	11	5
14	12	3
15	13	1
16	14	1
17	15	3
18	16	2
19	17	1
20	18	1
21	19	2
22	20	0

(2)

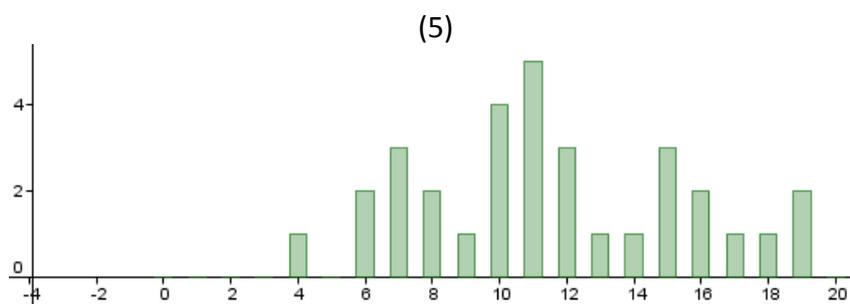
A1:A22	B1:B22
"Notes"	"Effectifs"
0	0
1	0
2	0
3	0

(3)

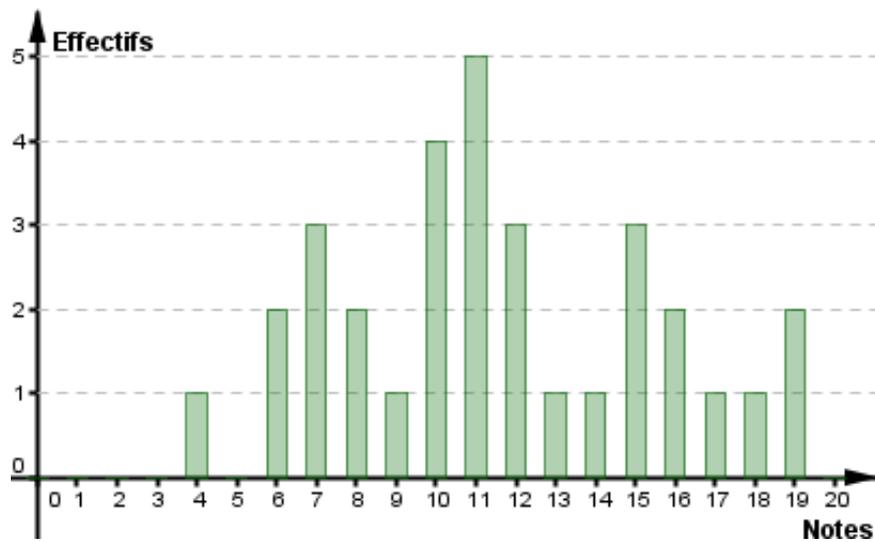
Notes	Effectifs
0	0
1	0
2	0
3	0
4	1

(4)

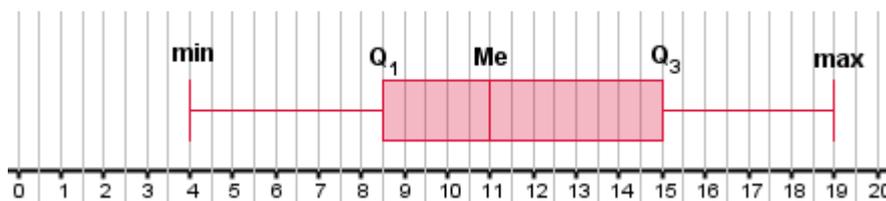
n	32
Moyenne	11.5625
σ	3.9126
s	3.9752
Σx	370
Σx^2	4768
Min	4
Q1	8.5
Médiane	11
Q3	15
Max	19



- Le diagramme en bâtons demande un meilleur rendu : l'icône  permet de le copier dans la fenêtre **Graphique** pour améliorations.



- Dans la fenêtre **Tableur**, un clic sur  permet de faire afficher simultanément le diagramme en boîte de la série. On peut également le copier dans la fenêtre **Graphique** afin de le personnaliser.



b. Remarque sur les quartiles :

De même que dans les calculatrices, les logiciels Excel ou Calc, la définition des quartiles dans Géogébra diffère de celle que nous enseignons.

Ils correspondent aux médianes des sous-séries de demi effectif et peuvent donc ne pas être des valeurs de la série. C'est le cas dans notre exemple avec $Q_1 = 8,5$.

7.2.2 Analyse multiple

L'icône  permet l'analyse simultanée de plusieurs séries statistiques à une variable.

7.2.3 Réalisation d'un histogramme

Exercice 69 [Stats 1var Histo]

Un technicien de maintenance effectue des relevés de quantités d'eau dans des bouteilles de 1L afin de prévoir éventuellement un recalibrage de la machine de remplissage.

Voici les quantités relevées sur un échantillon de cent bouteilles.

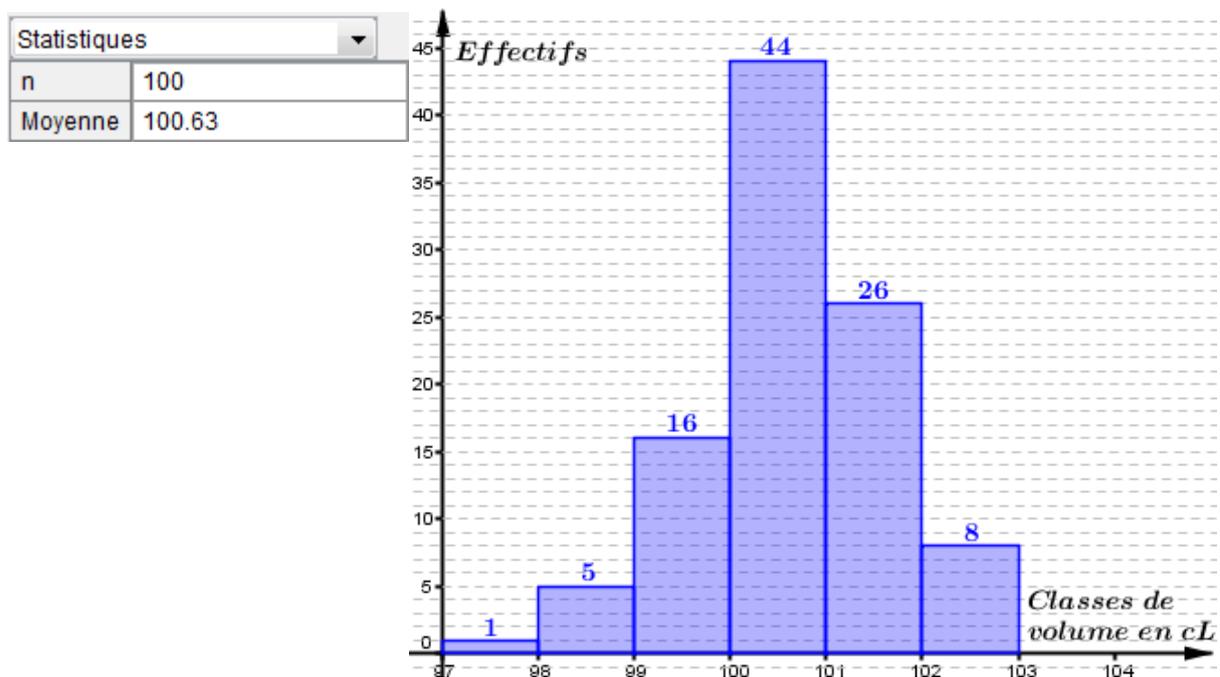
Volume en cL	[97 ; 98[[98 ; 99[[99 ; 100[[100 ; 101[[101 ; 102[[102 ; 103[
Effectifs	1	5	16	44	26	8

La machine de remplissage doit être recalibrée lorsque le volume moyen de l'eau contenue dans les bouteilles est inférieure à 100cL ou lorsque 20% des bouteilles contiennent moins de 99,5 cL. La machine nécessite-t-elle une intervention ?

On supposera la répartition uniforme dans la classe [99 ; 100[.

Dans la fenêtre **Tableur**

- Saisir la série des effectifs, celle des classes est optionnelle.
- Cliquer sur l'icône 
- Cliquer sur  et cocher **Classes et Effectifs**
- Sélectionner dans le tableur la liste des effectifs et cliquer sur  **Effectifs**
- Paramétrer les classes de volumes en complétant **Départ:** 97 **Largeur:** 1
- Cliquer sur **Analyse**
- Améliorer l'historgramme



Le volume moyen d'eau est 100,63cL et 14 bouteilles contenaient un volume d'eau inférieur à 99,5cL donc la machine ne nécessite pas de recalibrage.

NB : Pour obtenir le repère d'origine O(97 ; 0), aller dans les options graphiques et saisir

coupant en: 97.0 dans axeY.

7.2.4 Statistiques à deux variables

Exercice 70 [Stats 2 variables]

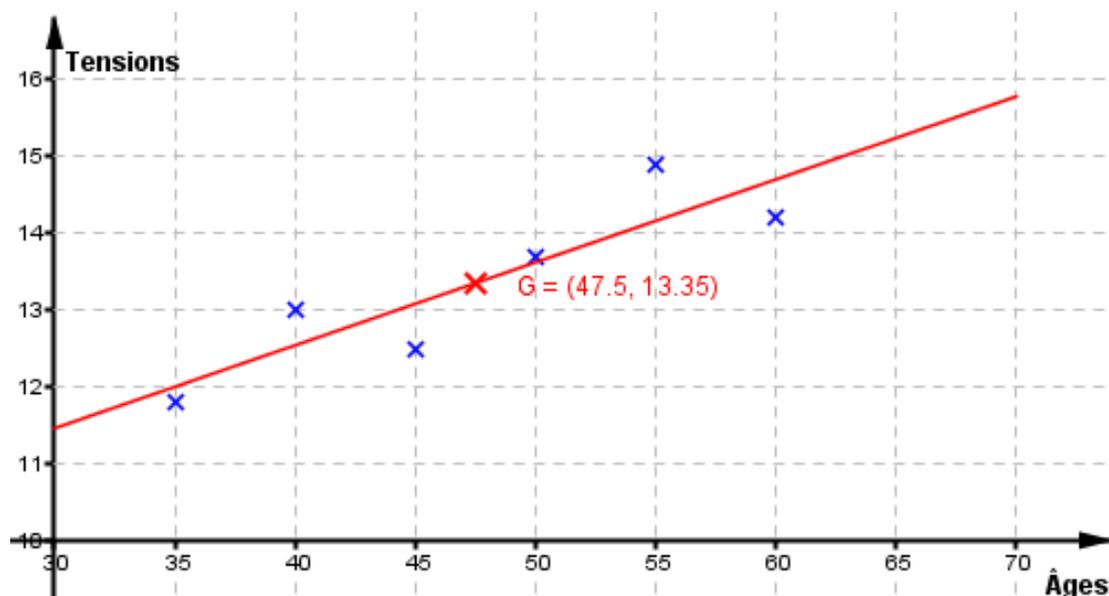
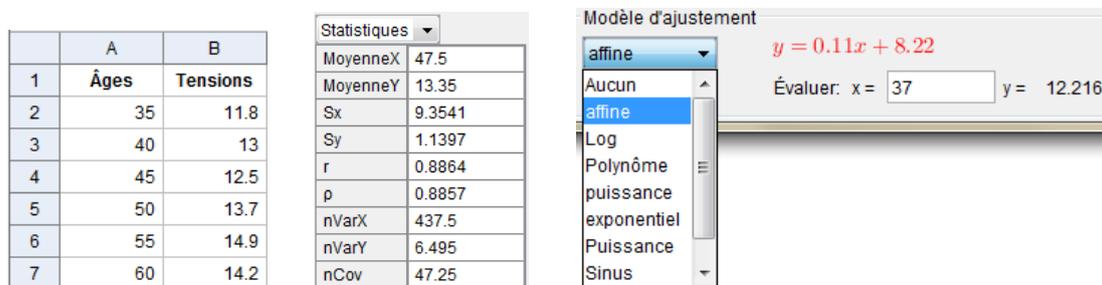
On a relevé dans le tableau ci-dessous la moyenne des tensions artérielles de groupes de personnes en fonction de leurs âges.

Âges x_i	35	40	45	50	55	60
Tensions y_i	11,8	13	12,5	13,7	14,9	14,2

a. On demande de faire afficher les moyennes des deux séries, de les représenter à l'aide d'un nuage de points, de placer le point moyen G et d'effectuer un ajustement affine.

Dans la fenêtre **Tableur**

- Saisir les deux séries, les sélectionner et cliquer sur l'icône .
- Cliquer sur **Analyse**
- Effectuer l'ajustement affine
- Pour obtenir G, saisir $G=(\text{Moyenne}[A2:A7], \text{Moyenne}[B2:B7])$ dans le champ **Saisie**.
- Améliorer le rendu de votre graphique.



b. Remarques :

- L'icône  permet d'inverser le rôle des grandeurs (x_i en fonction de y_i).
- Vous pouvez interpoler ou extrapoler des valeurs de y en saisissant des valeurs de x dans la zone Evaluer.
- Pour obtenir une restriction de la droite d'ajustement, on peut saisir la commande $\text{Fonction}[\text{AjustLin}[\text{liste1}],30,70]$, où liste1 désigne la liste des coordonnées des points.

7.3 Calcul matriciel

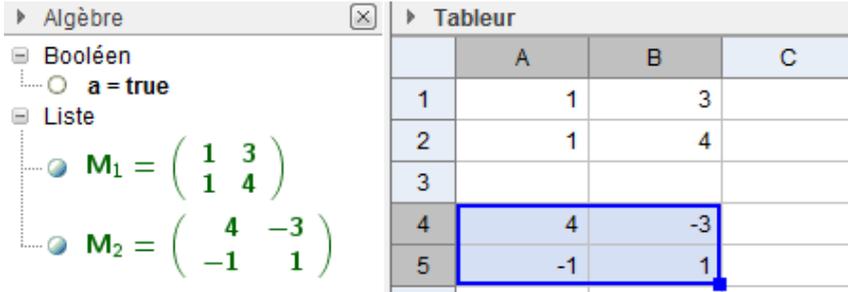
Géogébra gère le calcul matriciel, les matrices étant définies comme des listes.

7.2.1 Création à l'aide du tableur

Pour saisir une matrice à l'aide du tableur, il suffit de renseigner ses coefficients dans les cellules, de les sélectionner puis à l'aide de l'icône , de la créer.

Exercice 71

Soit les matrices $M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ et $M_2 = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. Déterminer si elles sont des matrices inverses.



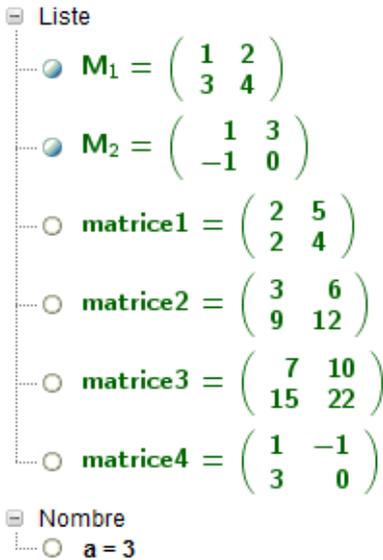
The screenshot shows the 'Algèbre' window on the left and the 'Tableur' window on the right. In the 'Liste' section of 'Algèbre', two matrices are defined: $M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ and $M_2 = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. The 'Tableur' window shows a table with columns A, B, and C. The cells containing the values 4, -3, -1, and 1 are highlighted in blue, corresponding to the second matrix M_2 .

7.2.2 Création dans le champ de Saisie

Les matrices étant des listes de listes (lignes), vous avez donc également la possibilité de saisir des matrices à l'aide de la fenêtre **Saisie**, à condition d'avoir des sous-listes de nombres ayant le même nombre d'éléments.

Exercice 72

Saisir les matrices carrées M_1 et M_2 via les syntaxes $M_1 = \{\{1,2\},\{3,4\}\}$ et $M_2 = \{\{1,3\},\{-1,0\}\}$. Déterminer $M_1 + M_2$, $3M_1$, M_1^2 , tM_2 et $\text{Dé}(M_2)$.



The screenshot shows the 'Liste' section of the 'Saisie' window. Five matrices are defined: $M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $\text{matrice1} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $\text{matrice2} = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 9 & 12 \end{pmatrix}$, $\text{matrice3} = \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{pmatrix}$, and $\text{matrice4} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$. Below the 'Liste' section, the 'Nombre' section shows a variable $a = 3$.

7.2.3 Matrices dynamiques

Il peut être pratique de créer des curseurs (a, b, c ...) dans la fenêtre **Algèbre**, lesquels seront utilisés dans la saisie des listes ou copiés dans les cellules du **Tableur** (=a, =b, =c ...).

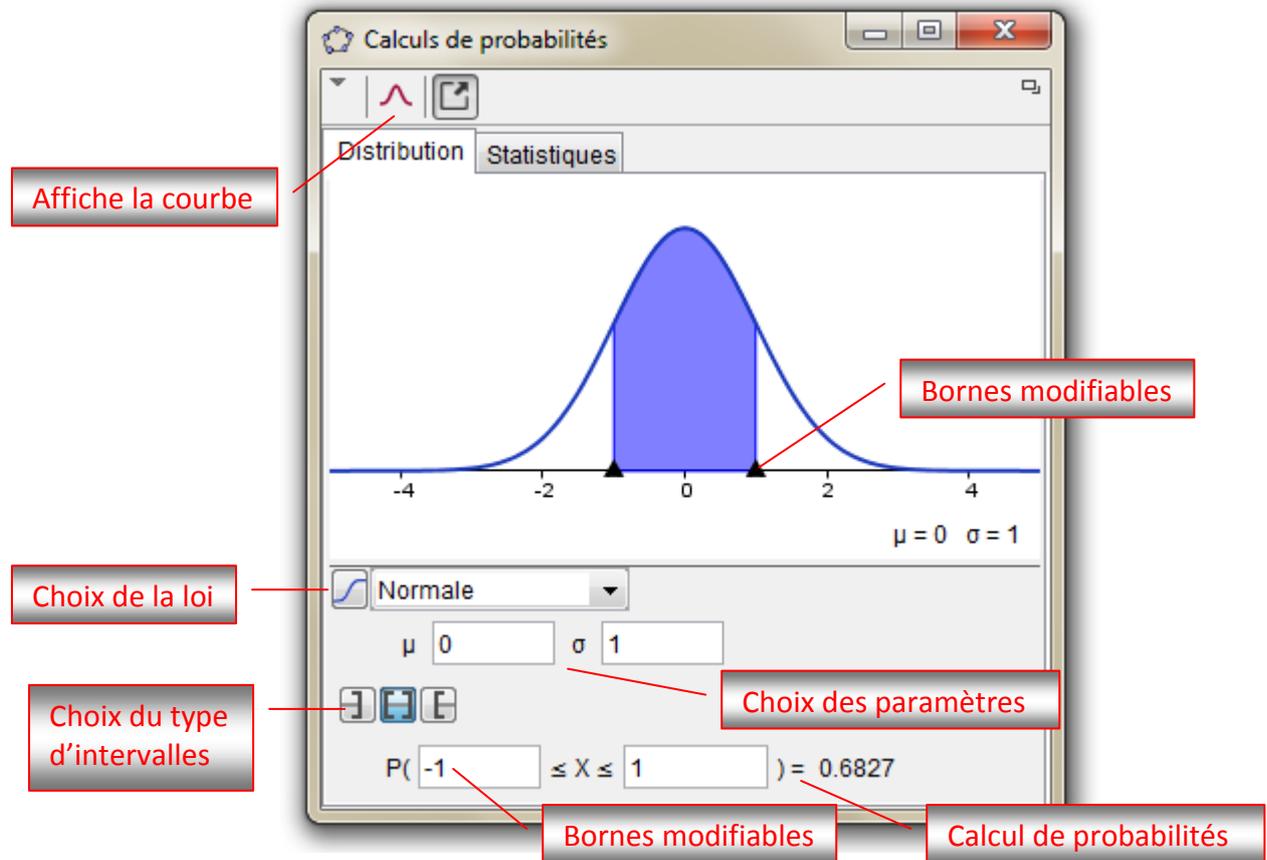
Ils pourront alors servir de coefficients dynamiques aux matrices.

Un curseur peut également servir pour le calcul d'une puissance n-ième d'une matrice.

8. Outils pour les probabilités :

8.1 Présentation

Géogébra offre un puissant outil graphique et de calcul pour les lois de probabilités. Dans la fenêtre **Tableur**, cliquer sur l'icône , vous obtenez la fenêtre ci-dessous :



Affiche la courbe

Bornes modifiables

Choix de la loi

Choix du type d'intervalles

Choix des paramètres

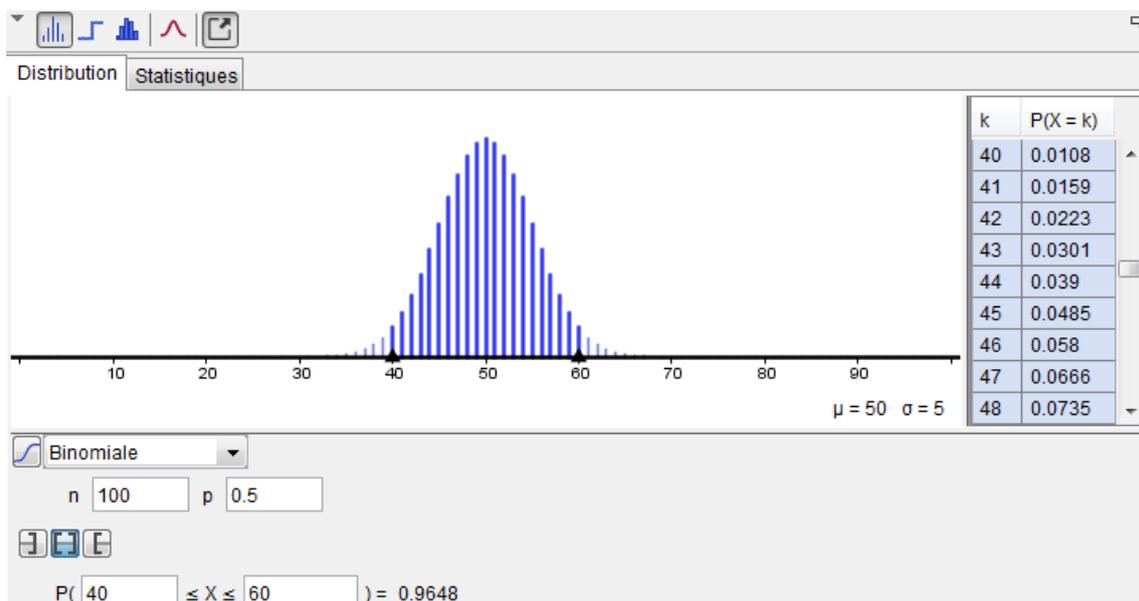
Bornes modifiables

Calcul de probabilités

8.2 Exemples

Exercice 73

Faire afficher le diagramme en bâtons de la loi binomiale de paramètres (100 ; 0,5) et déterminer une valeur approchée de $P(40 \leq X \leq 60)$.



Distribution **Statistiques**

k	P(X = k)
40	0.0108
41	0.0159
42	0.0223
43	0.0301
44	0.039
45	0.0485
46	0.058
47	0.0666
48	0.0735

Binomiale

n 100 p 0.5

Bornes modifiables

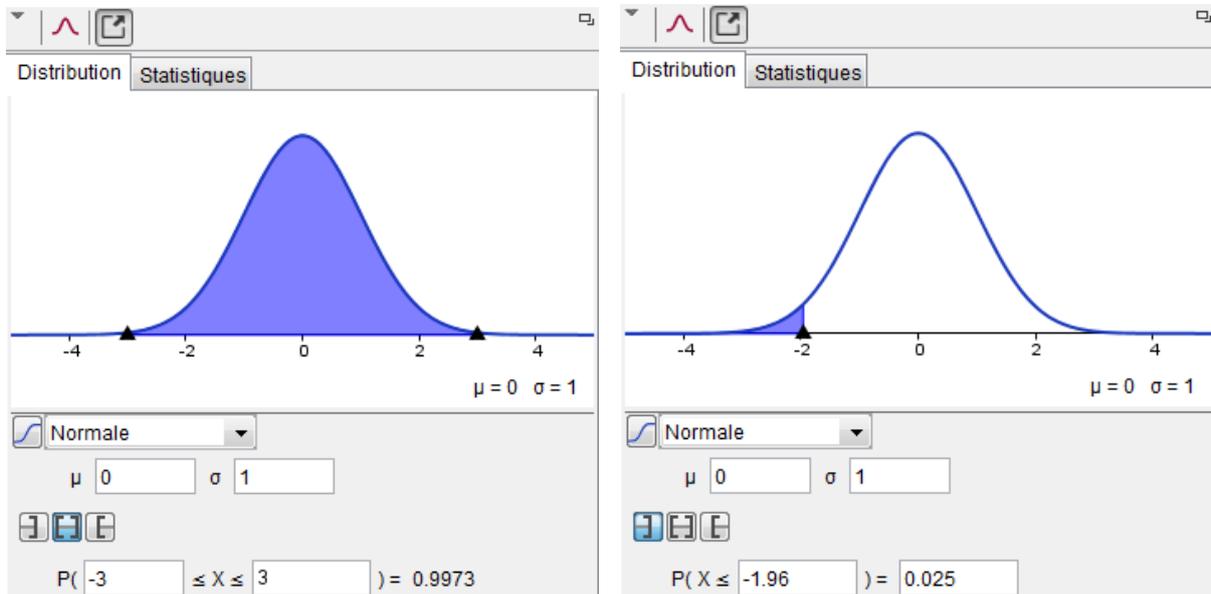
Calcul de probabilités

$P(40 \leq X \leq 60) = 0.9648$

Exercice 74

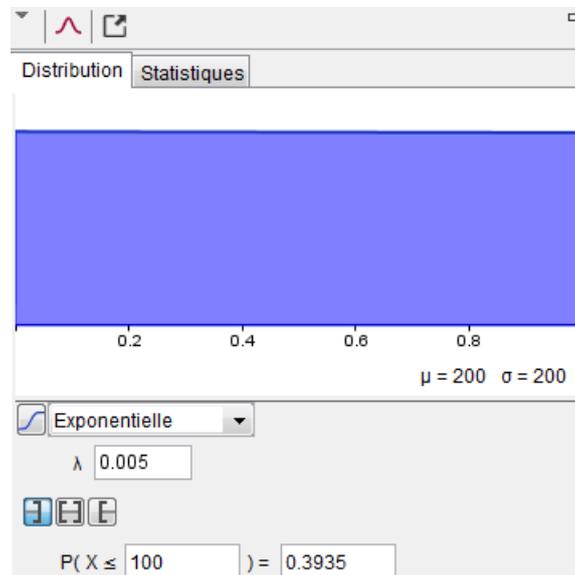
On considère la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0 ; 1)$.

- Vérifier que $P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) > 99,7\%$.
- Déterminer une approximation de k tel que $P(X \leq k) = 2,5\%$.



Exercice 75

La durée de vie en heure d'un composant électrique est modélisée par la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,005$. Déterminer la probabilité qu'un composant ait une durée de vie inférieure à 100 h.



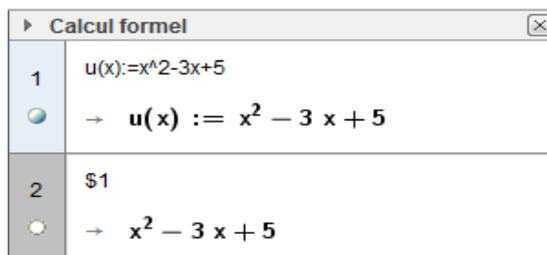
9. Outil CAS (Computer Algebra System) :

Géogébra utilise le moteur de calcul formel du logiciel libre Xcas. Voici les icônes que vous obtenez en ouvrant la fenêtre CAS :



9.1 Utilisation des lignes de saisies

Les saisies s'effectuent dans des lignes numérotées.



Comme dans la fenêtre algèbre, le bouton à cocher permet l'affichage ou non de l'objet dans la fenêtre graphique.

9.1.1 Modification et suppression d'une ligne

Pour modifier l'expression saisie dans une ligne, cliquer sur le numéro de la ligne puis sur l'expression.

Pour supprimer une ligne, cliquer sur le numéro de ligne puis utiliser la touche **Suppr.**

9.1.2 Recopie d'une ligne

Pour recopier le dernier résultat (output) dans une nouvelle ligne, utiliser la touche parenthèse fermante «) ».

Pour recopier une ligne-résultat quelconque dans une nouvelle ligne, cliquer sur le numéro de ligne puis sur l'expression souhaitée.

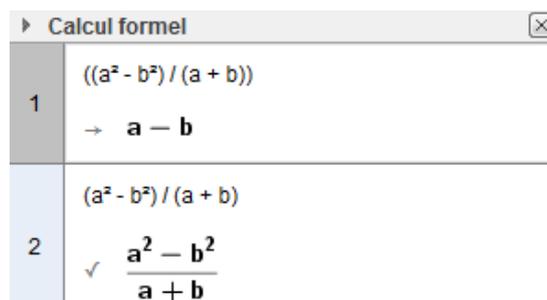
On peut également utiliser la commande pratique $\$n$ où n désigne le numéro de la ligne.

9.1.3 Saisie restreinte et saisie avec création d'objet

Saisir $f(x)=x+1$ et $g(x)=x+2$ et remarquer que la saisie avec « : » crée automatiquement un objet Géogébra (cf fenêtres Algèbre et Graphique).

9.1.3 Saisie évaluée ou saisie recopiée

Selon l'icône ou choisie, Géogébra évaluera ou recopiera votre saisie :



9.2 Quelques outils de base

Exercice 76

Effectuer les saisies suivantes en validant par **Entrée** :

- $a+b-c=5$ puis utiliser l'icône  pour évaluer l'expression avec $b = 4$ et $c = 2$.
Voici la commande correspondant à l'utilisation de l'icône : `Substituer[a+b-c=5,b=4,c=2]`
- `Factoriser[360]`
`Développer[(a+b)^3]`
- `Dérivée[u/v,u]`
`Dérivée[u/v,v]`
- $h(x) := x^2 - x + 1$
`FormeCanonique[h]`
`Intégrale[h]`
`Dérivée[h]=-4x-2`
- `Limite[sin(x)/x,0]`
`Limite[1+x/n]^n,n,infinity]`

Exercice 77

Saisir $f(x) := x^2 - 2$ et $g(x) := x$ puis les commandes suivantes :

- $f+g$
- `Factoriser[f-g]`
- `Résoudre[f=g]`
- `S:=Intersection[f,g]`

9.3 Résolution d'équations

9.3.1 Résolution d'une équation

Exercice 78

- Saisir une équation d'inconnue x et valider par **Entrée**. Cliquer sur
- Saisir Résoudre[$x^2-x-1=0$]
- Utiliser la commande Résoudre[$\$n$] où n désigne le numéro d'une ligne.

9.3.2 Résolution d'une équation par étapes

Exercice 79

- Saisir une équation qui sera recopiée dans une nouvelle ligne entourée de parenthèses.
Compléter vos lignes par un calcul à effectuer sur les deux membres de l'équation puis valider par **Entrée**.
- Evaluer l'équation avec la solution obtenue.

Calcul formel	
1	$3x-6=x+4$
<input type="radio"/>	$\rightarrow 3x - 6 = x + 4$
2	$(3x - 6 = x + 4)-x$
<input type="radio"/>	$\rightarrow 2x - 6 = 4$
3	$(2x - 6 = 4)+6$
<input type="radio"/>	$\rightarrow 2x = 10$
4	$(2x = 10)/2$
<input type="radio"/>	$\rightarrow x = 5$

9.3.3 Résolution d'un système d'équations

Exercice 80

- Résoudre le système $\begin{cases} y = 2x - 8 & (E_1) \\ x - y = 6 & (E_2) \end{cases}$ en saisissant les lignes (E_1) et (E_2) puis en utilisant la commande Résoudre[<Liste Equations>,<Liste variables>].
- Faire afficher les droites et leur intersection dans la fenêtre graphique.

10. Trucs et astuces :



Codes couleurs par défaut :

- **Bleu** : Points libres
- **Bleu clair** : Points dépendants
- **Noir** : Droites, courbes, coniques, curseurs
- **Marron** : segments, polygones
- **Vert** : Listes, angles

• Renommer un objet à la volée : on peut renommer un objet en saisissant son nom au clavier instantanément après sa création ou à tout moment après l'avoir sélectionné.

-
- La touche **Esc** permet de revenir au mode de sélection 
 - Déplacer tout le graphique : **Ctrl+souris**
 - Zoomer ou dézoomer une figure : utiliser la molette de la souris.
 - Changer l'échelle d'un seul axe : **Ctrl+Cliquer/Glisser** sur l'axe désiré
 - Recadrer une figure : dans la fenêtre Graphique la flèche de déplacement étant sélectionnée, **Clic droit** et **Recadrer** ou **Affichage standard**.

• Les touches **←** et **→** du clavier lorsqu'on sélectionne un point dans la fenêtre **Algèbre** permet de le déplacer.

• Les touches **↑** et **↓** du clavier lorsqu'on sélectionne un curseur permettent de le contrôler.

Les touches (**Ctrl, Shift, Alt**) + (**↑** ou **↓**) incrémentent le curseur avec des pas différents.

• Les touches **↑** et **↓** du clavier lorsqu'on sélectionne une variable dans la fenêtre **Algèbre** permettent de la contrôler comme un curseur.

• Changer un réel fixé en curseur : **Clic droit** sur le réel et **Propriétés \ Curseur** ou faire afficher l'objet dans la fenêtre graphique.

• Déplacer un curseur : dans les propriétés d'un curseur, décocher **Fixé**.

• Syntaxe des points :

$M=(1,2.1)$ est le point de coordonnées cartésiennes $x = 1$ et $y = 2,1$.

$M=(1;2.1)$ est le point de coordonnées polaires $r = 1$ et $\theta = 2,1$ rad.

$M=(1;2.1^\circ)$ est le point de coordonnées polaires $r = 1$ et $\theta = 2,1^\circ$ (degré).

• **x()** et **y()** renvoient l'abscisse et l'ordonnée d'un point.

• Dans le champ Saisie, la commande des axes du repère sont **axeX** et **axeY**.

• Modification multiple : il est possible de changer des propriétés de plusieurs objets en même temps.

Pour cela, sélectionner plusieurs objets simultanément :

_en étirant un rectangle dans la fenêtre graphique ou

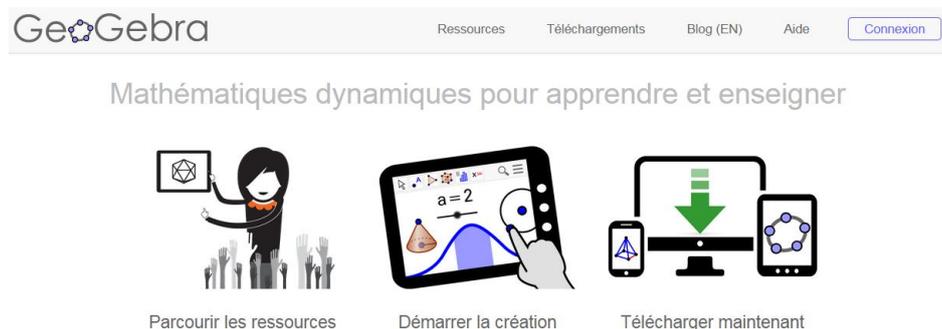
_en utilisant les touches (**Ctrl** ou **Shift**) + **Clic** dans la fenêtre algèbre

puis modifier une propriété, un étiquetage, supprimer... tous les objets sélectionnés.

11. Liens et ressources :

11.1 Sitographie officielle

- Site officiel : <http://www.geogebra.org/cms/fr/>



- Site de référence incontournable : <http://wiki.geogebra.org/fr/Accueil>



- Version sur navigateur : <http://www.geogebra.org/webstart/geogebra.html>
- Version portable (à installer sur clé) : <http://www.geogebra.org/cms/fr/portable>

GeoGebra Tablet Apps



GeoGebra Desktop



Mass Installation

[Mass installation of GeoGebra on multiple computers](#)

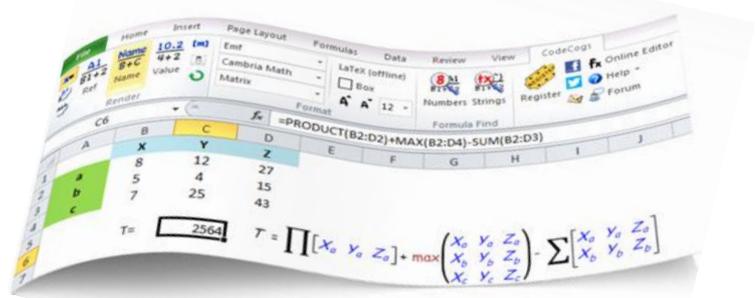
- Plus de 90000 fichiers... : <http://www.geogebra.org/?lang=fr>
- Macros .ggt disponibles : <http://www.geogebra.org/en/wiki/index.php/Outils>
- La liste des outils de Géogébra : <http://wiki.geogebra.org/fr/Num%C3%A9roOutils>
- Pour découvrir la version 5 : <http://www.geogebra.org/webstart/5.0/geogebra-50.inlp>

11.2 Sources de quelques exercices

- [Le Chat] inspiré d'un document de Thomas Rey <http://reymarlioz.free.fr>
- [Cspline] d'après un document de O. Renault
- [Affichage conditionnel] sur les droites parallèles d'après Jean-Philippe Vanroyen
- [Pythagore Animation] vu sur www.geogebra.org

11.3 Autres liens

- Site Eduscol : <http://eduscol.education.fr/maths/actualites/>
- Du très haut niveau ! : <http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/accueilmath.htm>
- Code Latex pour Géogébra : http://wiki.geogebra.org/fr/Tutoriel:LaTeX-aide_Polices_Boites_math
<http://www.codecogs.com/latex/eqneditor.php>



- 9 à 30 ! Un comparatif en 42 tests et 51 pages datant de 2008 entre Cabri Géomètre II Plus & Géogébra 3... <http://www.math.uqam.ca/~boileau/Explorations2008/Comparaison.pdf>
- Des logiciels gratuits pour enregistrer une vidéo de Géogébra (ou autre) : Screenr, Free Screen To Video... <http://autour-de-geogebra.blogspot.com/>
- Construire avec GGB étape par étape : <http://euclidthegame.com/Tutorial/>