

Positions relatives dans une configuration

Énoncé

Dans le plan orienté, on définit le triangle OAB et on note M le milieu du segment $[AB]$. On construit les triangles AOD et OBC directs, rectangles et isocèles en O .

L'objet du problème est d'étudier les longueurs et les positions relatives des segments $[OM]$ et $[DC]$.

Étude expérimentale

1. Construire la figure décrite précédemment à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

Appeler l'examineur pour valider la construction.

2. En modifiant le triangle OAB , émettre une conjecture concernant les longueurs OM et DC et une autre au sujet des positions relatives des droites (OM) et (DC) .

Appeler l'examineur pour valider les conjectures et exposer la démarche envisagée pour la preuve.

Démonstrations

3. Proposer une démonstration des conjectures faites.
-

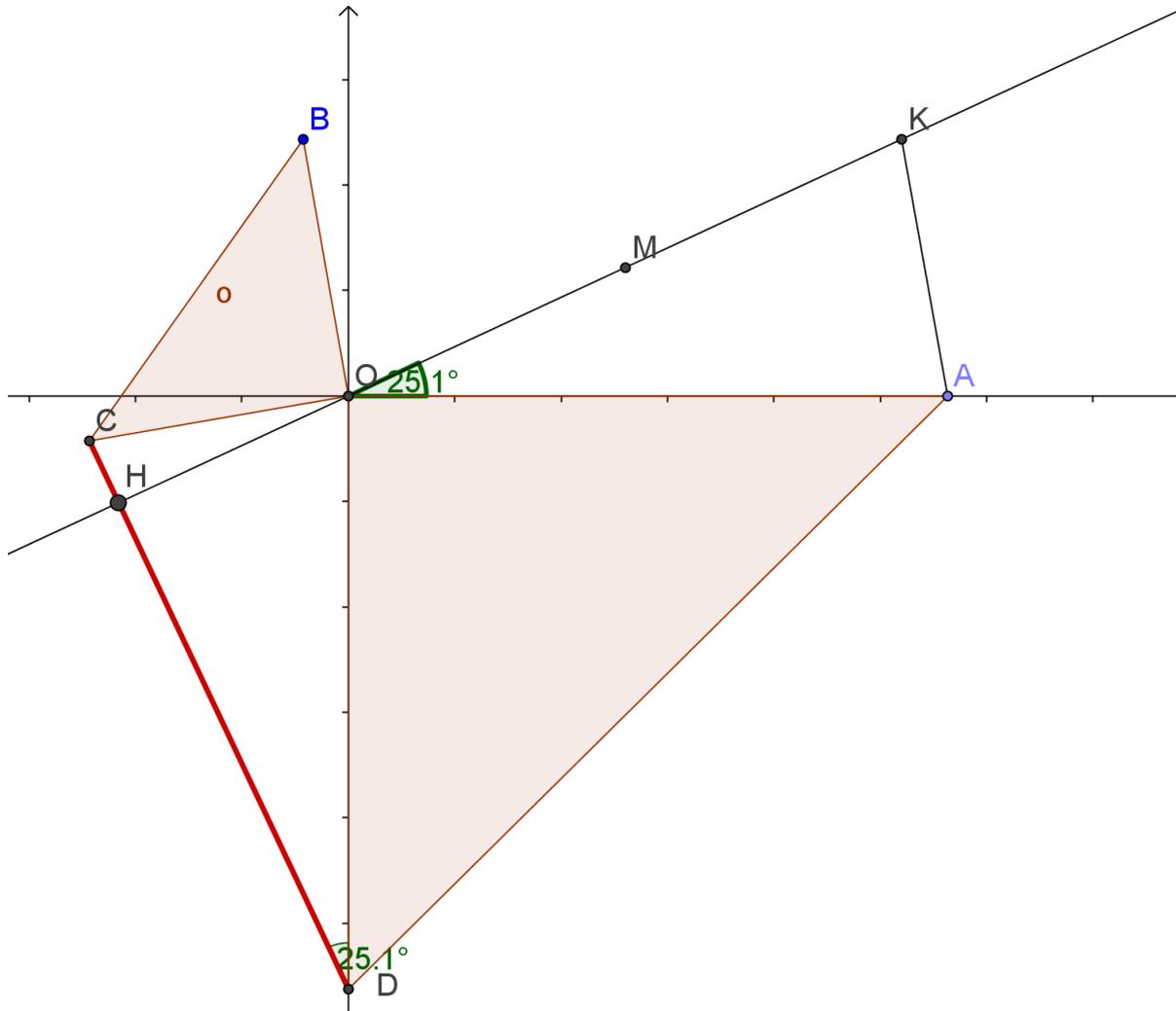
Production demandée

- Construction de la figure ;
- Énoncé des deux conjectures ;
- Réponses argumentées à la question 3.

Quelques commentaires personnels sur la fiche 026 2008

« Positions relatives... »

Logiciel utilisé : Geogebra



3) Partie mathématique abordable de différentes façons :

- complexes : en prenant comme affixe $O(0)$; $B(b)$; $D(d)$

il vient $C = di$; $A = bi$; $M = \frac{(b+di)}{2} = \frac{i}{2} (d-bi)$ d'où module et angle ...

- géométrie élémentaire : les triangles OCD et OAK sont isométriques ...

d'autre part il est facile de calculer l'angle DHO ...

- on peut aussi calculer le produit scalaire :

$$\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{DC} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) (\overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC}) = \frac{1}{2} (\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{DO}) = 0$$

Conclusion : sujet intéressant pour ses différentes options mathématiques