Points équidistants d'une droite et d'un point

Énoncé

On considère dans le plan $(\mathscr{P})$ une droite D et un point F non situé sur cette droite. Il s'agit de déterminer l'ensemble G, lieu géométrique des points du plan équidistants de D et de F.

1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construire la droite D et le point F. Construire également un point H sur la droite D et la droite T perpendiculaire à D en H.

   > Appeler l'examinateur pour vérifier la figure
   > et exposer la démarche envisagée pour la suite de la construction.

2. Construire un point M de T équidistant de F et de H.
   Construire le lieu géométrique du point M lorsque le point H décrit la droite D.
   Quelle conjecture peut-on faire sur la nature de G ?

   > Appeler l'examinateur pour lui montrer la figure et lui indiquer votre conjecture.

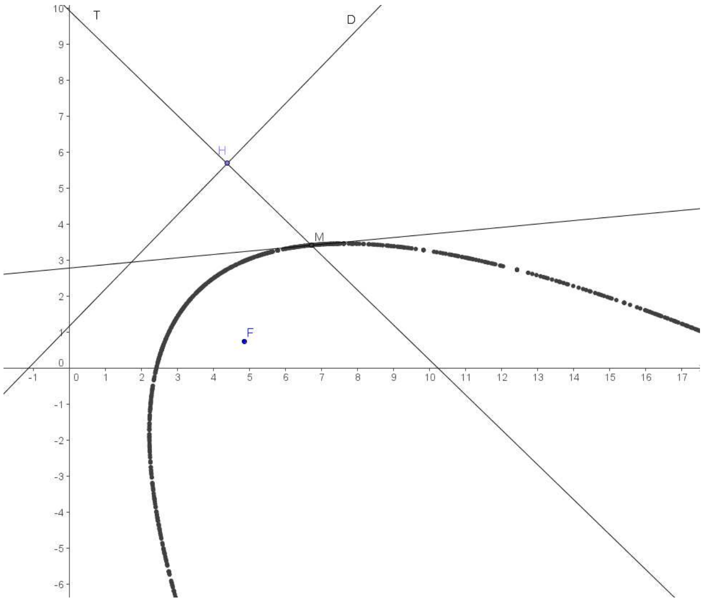
3. On considère un repère orthonormal direct $\left(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ tel que D est la droite $\left(O; \overrightarrow{i}\right)$ et le point F est sur la droite $\left(O; \overrightarrow{j}\right)$.
   Pour un point $M(x, y)$ quelconque du plan, on considère le point H, projeté orthogonal de M sur la droite D.
   (a) Calculer MF^2 et MH^2 en fonction de x et y et en déduire une condition liant x et y pour que le point M soit équidistant de F et de D.
   (b) Donner alors une équation de G et conclure.

Production demandée

- Réaliser une figure adaptée à la situation ;
- Expressions de MF^2 et MH^2 ;
- Réponses argumentées pour la question 3b.

Quelques commentaires personnels sur la fiche 045 2008
« Points équidistants d'une droite et d'un point »

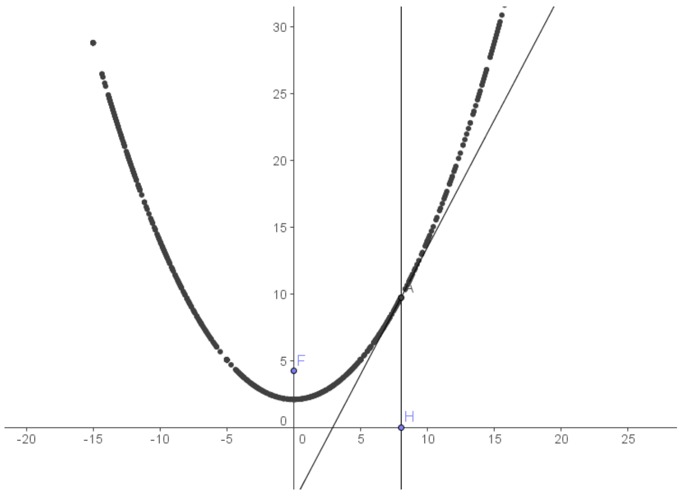
1) Logiciel utilisé : Geogebra



Aucun problème pour le début de la construction, hormis peut être le début « une droite D» !?
Pour la démarche envisagée, il faut que l'élève pense à la médiatrice.

2) M = intersection de T et de la médiatrice de [HF]
Activer la trace de M, Déplacer H, on voit apparaître une parabole.

3) Partie théorique assez facile, on aboutit à une équation de parabole.



MF^2 et MH^2 sont fonction de x , y mais aussi … de a
Avec F(0,a) , M(x,y) et H(x,0)
on obtient $(x-0)^2 + (y-a)^2 = y^2$
donc $y = x^2/2a + a/2$ ce qui est bien une parabole

<u>Conclusion : sujet faisable dès la 1^er S</u>
dommage qu'il faille refaire la figure (quoique … elle ne soit pas demandée et qu'il soit aussi possible de passer facilement de la 1° à la 2°)

Épreuve pratique de mathématiques *Fiche évaluation*

Numéro du sujet : 006   Année 2008
Titre : Tangentes à deux courbes
Nom Prénom :
NOTE :
Examinateur :
Établissement :

On ne cherchera pas à noter chacune des compétences. Pour établir la note finale on prendra en compte les performances globales du candidat en respectant la grille de lecture suivante :
La capacité à expérimenter (qui prend en compte de façon dialectique les performances dans l'utilisation des outils et la faculté de proposer des conjectures) doit représenter les trois quarts de la note finale.
La capacité à rendre compte des résultats établis à partir de cette expérimentation (démonstration, argumentation …) représentera le quart restant.
La capacité à prendre des initiatives et à tirer profit des échanges avec l'examinateur sera globalement prise en compte de façon substantielle.
Il n'est pas nécessaire qu'une compétence soit totalement maîtrisée pour être considérée comme acquise.
Les exemples cités ci-dessous ne sont pas exhaustifs.

Compétences évaluées	***Éléments permettant de situer l'élève*** *(à remplir par l'examinateur)*
L'élève est capable de représenter la situation (figure dynamique, feuille de calcul, courbe…) à l'aide des TICE. *L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral.*	***Cela pourrait reprendre, sur environ 6 points :*** ***Le tracé des 2 courbes*** ***Curseur a*** ***M et N sur les courbes*** ***Tracé des 2 tangentes***
L'élève est capable d'expérimenter, de faire des essais… Il utilise de façon pertinente la calculatrice ou les outils informatiques… Il est capable d'émettre une conjecture en ***cohérence*** *avec ses essais.* *L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral.*	***Cela pourrait reprendre, sur environ 6 points :*** ***Point P et Q*** ***Affichage ou tracé de [PQ]*** ***Conjecture tangente*** ***Conjecture PQ***
Suite à un éventuel questionnement oral, l'élève est capable d'affiner ses explorations en utilisant pertinemment les TICE. *Il fait preuve d'esprit critique avec un retour éventuel sur sa conjecture.* *L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral.*	***Cette partie pourrait être globalisée par 3 points, répartis sur toute l'heure, tenant compte*** « de sa manière de s'approprier les remarques de l'examinateur pour corriger ses « erreurs » , affiner sa conduite de l'expérimentation dans le but d'aboutir à la bonne réponse » ***Si l'élève n'a besoin d'aucune aide et est très autonome, les 3 points lui seront attribués.***
L'élève montre un certain nombre de connaissances, de savoir faire mathématiques sur le sujet.	***L'exposé oral de la démarche (comment il va démontrer sa conjecture ?) doit permettre à l'élève d'avoir une bonne partie des 5 points de la partie démonstration = 3 points.***
L'élève propose une résolution correcte de l'exercice et il est capable d'émettre un retour critique sur ses observations.	***Rédaction écrite = 2 points***

Autres observations :

Suggestion de feuille récapitulative pour l'examinateur en cours d'évaluation. La fiche individuelle serait complétée en fin de séance à partir de cette fiche.

Sujet 006 - 2008

	COCHER CE QUI EST FAIT ; NOTER LES AIDES DONNEES ET LES REACTIONS DE L'ELEVE			
	Élève 1 :	Élève 2 :	Élève 3 :	Élève 4 :
Recherche et choix du logiciel approprié				
Tracé des 2 courbes				
Curseur a				
M et N sur les courbes				
Tracés des 2 tangentes				
Point P et Q				
Affichage PQ				
Conjecture tangente				
Conjecture PQ=2				
Exposé oral de la démonstration				