Optimisation en géométrie plane

Énoncé

Dans un repère orthonormal du plan, on considère la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction $x \mapsto e^x$ et la droite D d'équation $y = 2x - 3$.

On se propose de déterminer, s'il existe, un point M de $\mathscr{C}$ tel que la distance de M à la droite D soit minimale.

Partie A

1. Utiliser un logiciel de géométrie pour construire la droite D et la courbe $\mathscr{C}$.
2. Placer un point mobile M sur $\mathscr{C}$ et construire le point N image de M par la projection orthogonale sur D.
3. Conjecturer, au moyen du logiciel, l'abscisse du point M_0 de $\mathscr{C}$ dont la distance à D est minimale.
   Proposer une valeur approchée de cette distance minimale.
   Conjecturer une propriété de la tangente en M_0 à $\mathscr{C}$.

Appeler l'examinateur pour lui présenter les constructions, la valeur approchée et les conjectures.

Partie B

4. Élaborer une méthode permettant de démontrer ces conjectures.

Appeler l'examinateur pour lui présenter la méthode.

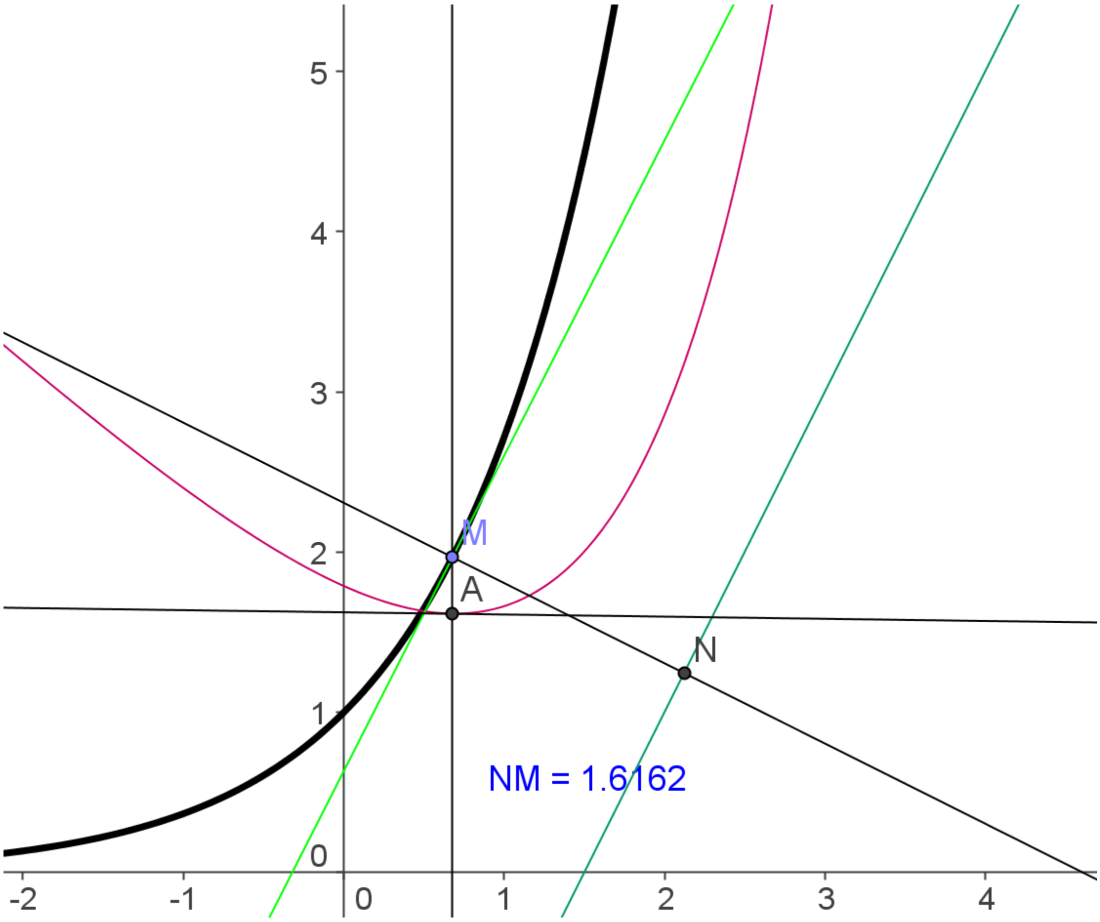
5. Calculer les coordonnées de M_0 et sa distance à D.

Production demandée

- Construction de $\mathscr{C}$, D, M et N au moyen du logiciel de géométrie.
- Conjectures relatives à l'abscisse de M_0 et à la tangente en M_0 à $\mathscr{C}$.
- Proposition d'une valeur approchée de la distance de M_0 à D.
- Calcul des coordonnées de M_0 et de sa distance à D.

Quelques commentaires personnels sur la fiche 083 2009
« Optimisation en géométrie plane »

Logiciel utilisé : Géogébra



L'étude de la fonction $MN = \dfrac{\left|2x - e^x - 3\right|}{\sqrt{5}}$ montre un minimum en $x = \ln(2)$

Et la tangente en $M(\ln(2), 2)$ a bien pour coefficient directeur $e^{\ln(2)} = 2$

<u>Conclusion</u> : excellent sujet.

28/08/2009 Claude Poulin Nouméa