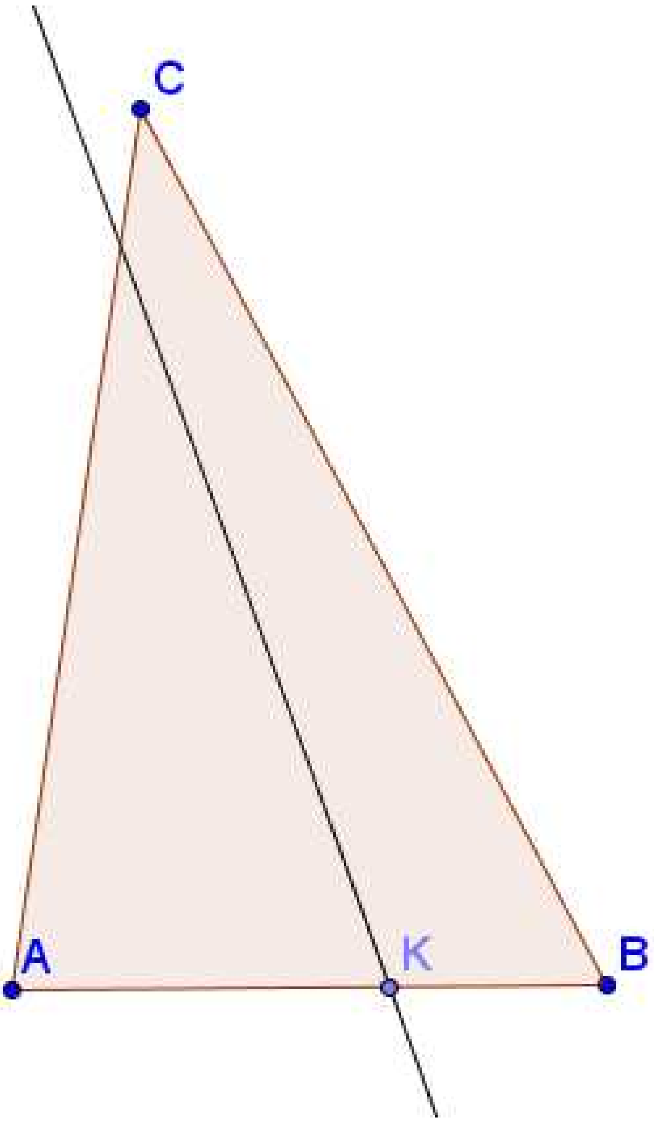
Même aire – bis ?

Enoncé



Est-il possible de partager ce triangle ABC en deux régions d'aires égales ?

Indications:

1) Sous forme de problème ouvert, il faut attendre des conjectures et des preuves ..
En réalisant un partage qui convient, il s'agira de détecter des points particuliers de la figure, des configurations …

2) De nombreuses pistes existent , afin de progresser dans la recherche.

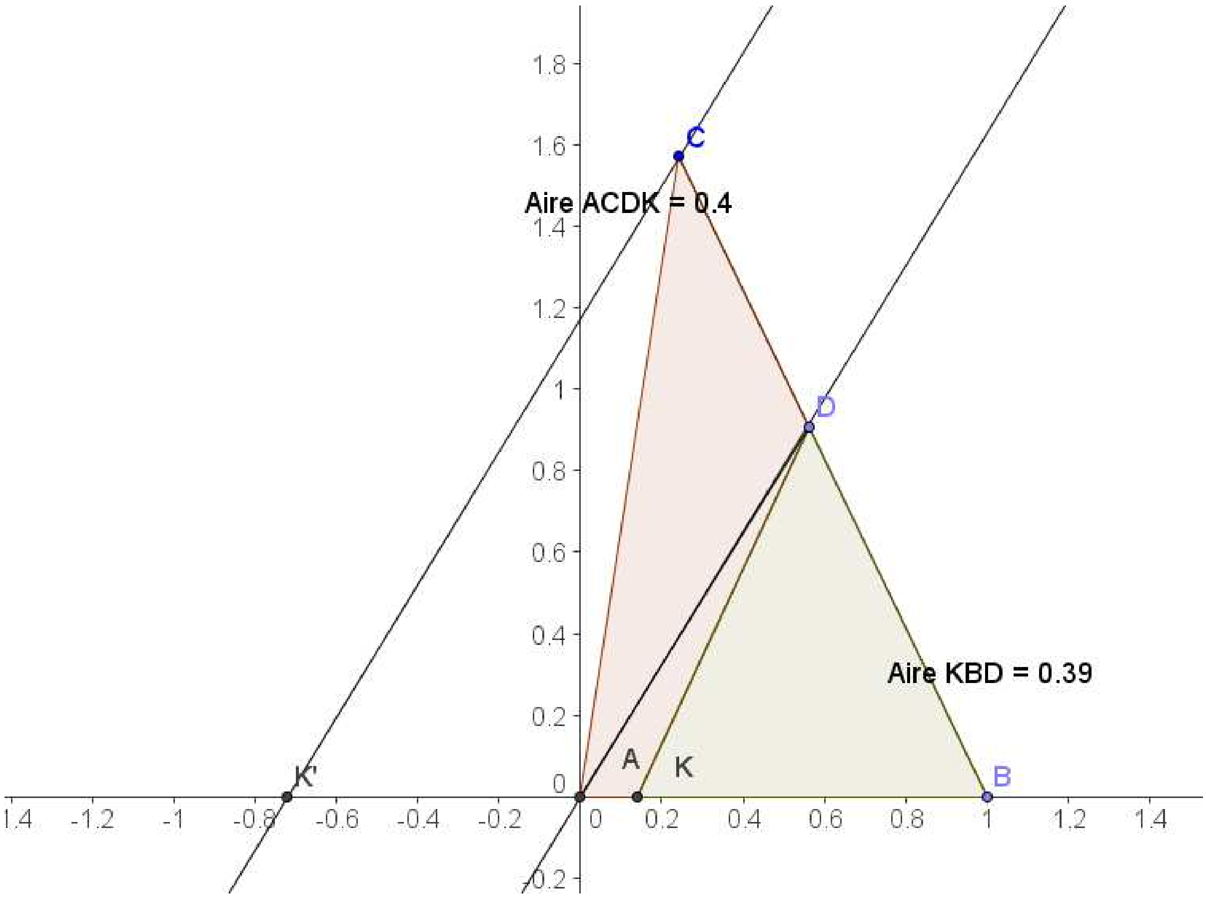
- des positions particulières de la droite (elle peut passer par C, par le milieu de [B,C], être parallèle à (AC) …) longueursamenant à exprimer le rapport des aires des 2 régions.
- la déformation de la « bonne figure » sans incidence sur l'égalité des aires peut orienter vers le rapport des longueurs
- …

3) Une solution avec les aires :

Comme aire(ABC) = 2. aire(KBD),

$$q = \frac{BD}{BC} = \frac{aire(ABD)}{aire(ABC)} = \frac{aire(ABD)}{2.aire(KBD)} = \frac{1}{2}.\frac{1}{p}$$

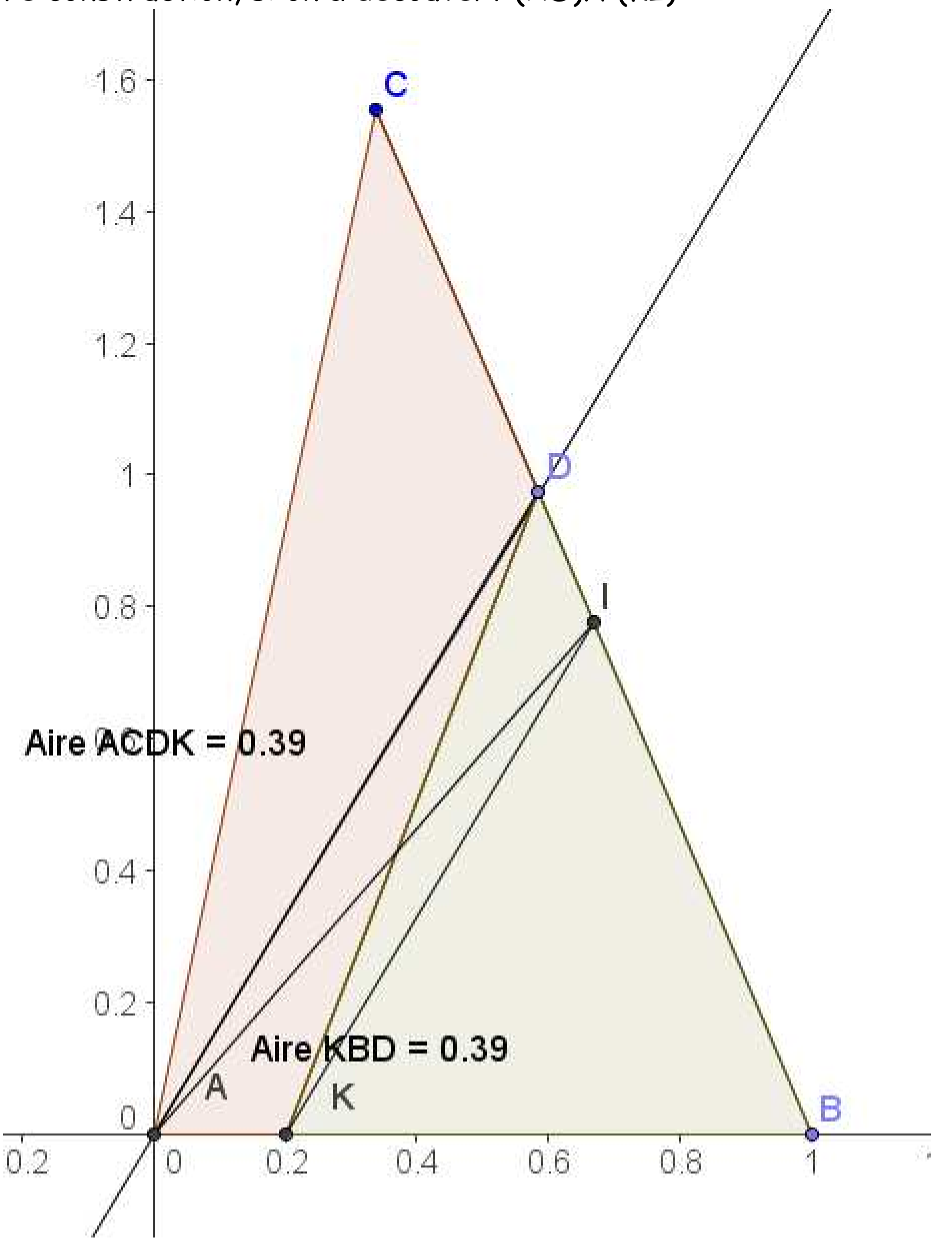
D'où une construction :



BK' = 2BK et (AD)//(K'C)

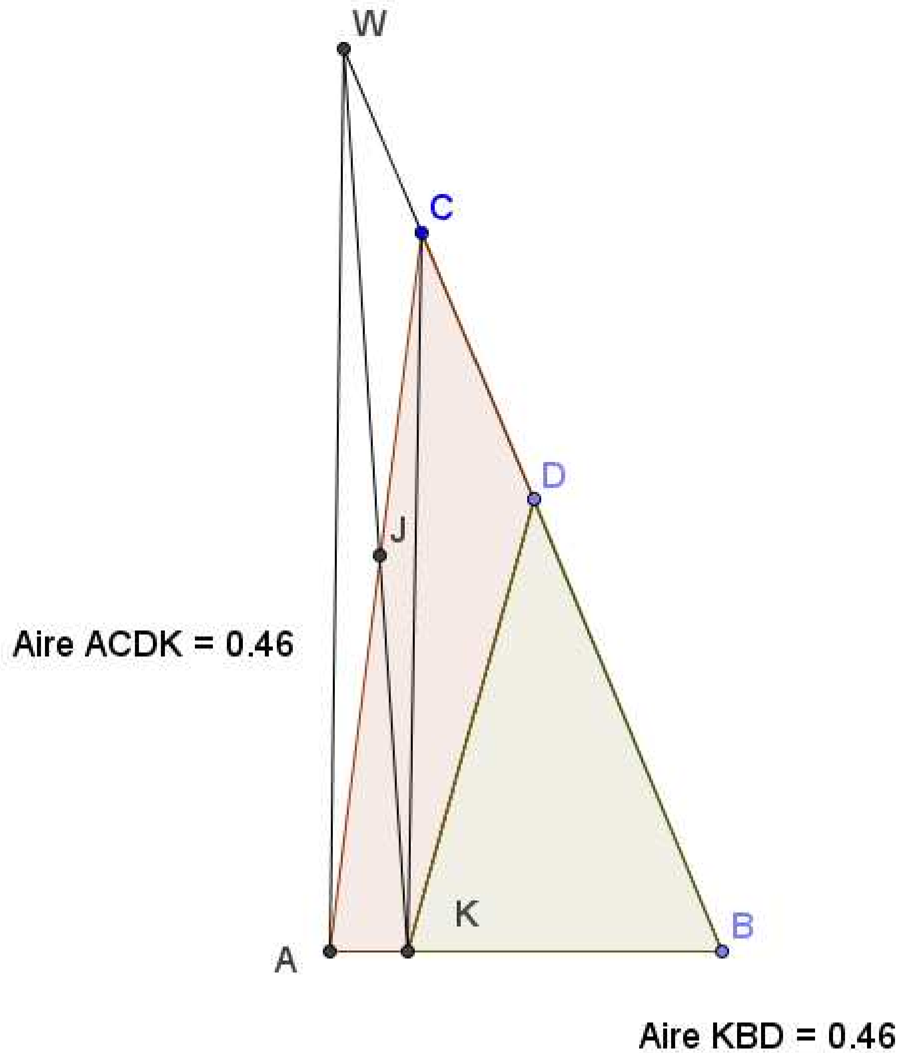
Avec Thalès : $q = \frac{BD}{BC} = \frac{BA}{BK'} = \frac{1}{2.p}$

4) Une autre construction, si on a découvert (AD)//(KI)



En utilisant le résultat de l'activité « même aire 3 » , il suffit de remplacer le partage en 2 avec la médiane (AI) par (KD) à condition que ADIK soit un trapèze.

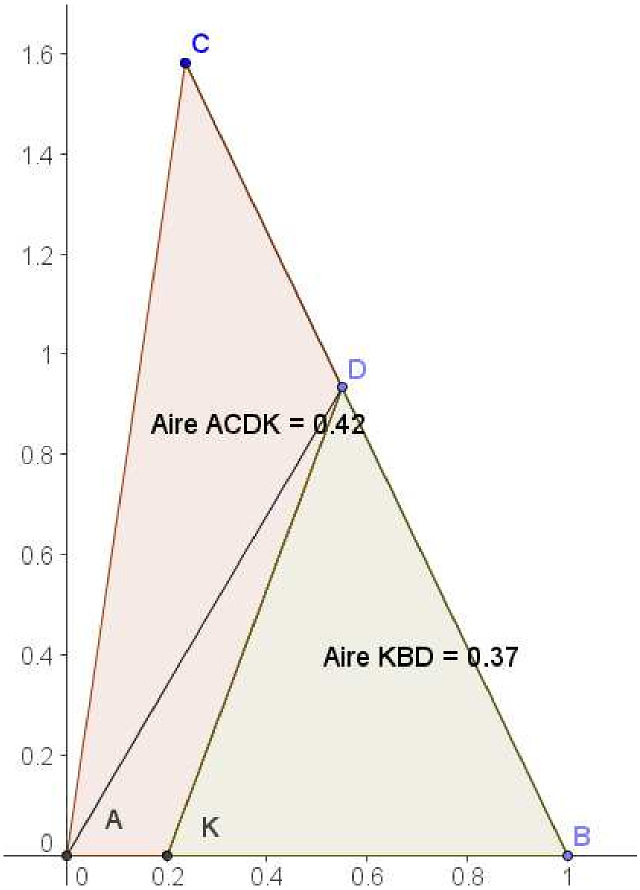
5) Une autre construction, si on a découvert (AW)//(KC) avec D milieu de [BW]



Aire (ACDK) = aire (WKD)
en utilisant le résultat de l'activité « même aire 3 » , dans le trapèze AKCW, aire (AJK) = aire (WJC)

d'où Aire (ACDK) = aire (WKD) = aire (KDB)

6) Autre énoncé



AB = 1 ; ABC est un triangle tel que BC > AC ; K est un point du segment [A, B].
Jack (qui adore se poser des problèmes) , en observant cette figure, se demande s'il est possible à l'aide d'une droite passant par K, de partager le triangle ABC en deux polygones d'aires égales. Et si c'est possible, où doit se situer le point D ?

<u>Expérimentation à l'aide d'un logiciel de géométrie</u>:

(a) A l'aide d'un logiciel de géométrie, réaliser la figure. On peut choisir AB = 1 , p=0,8 et placer le point K=(1-p , 0)

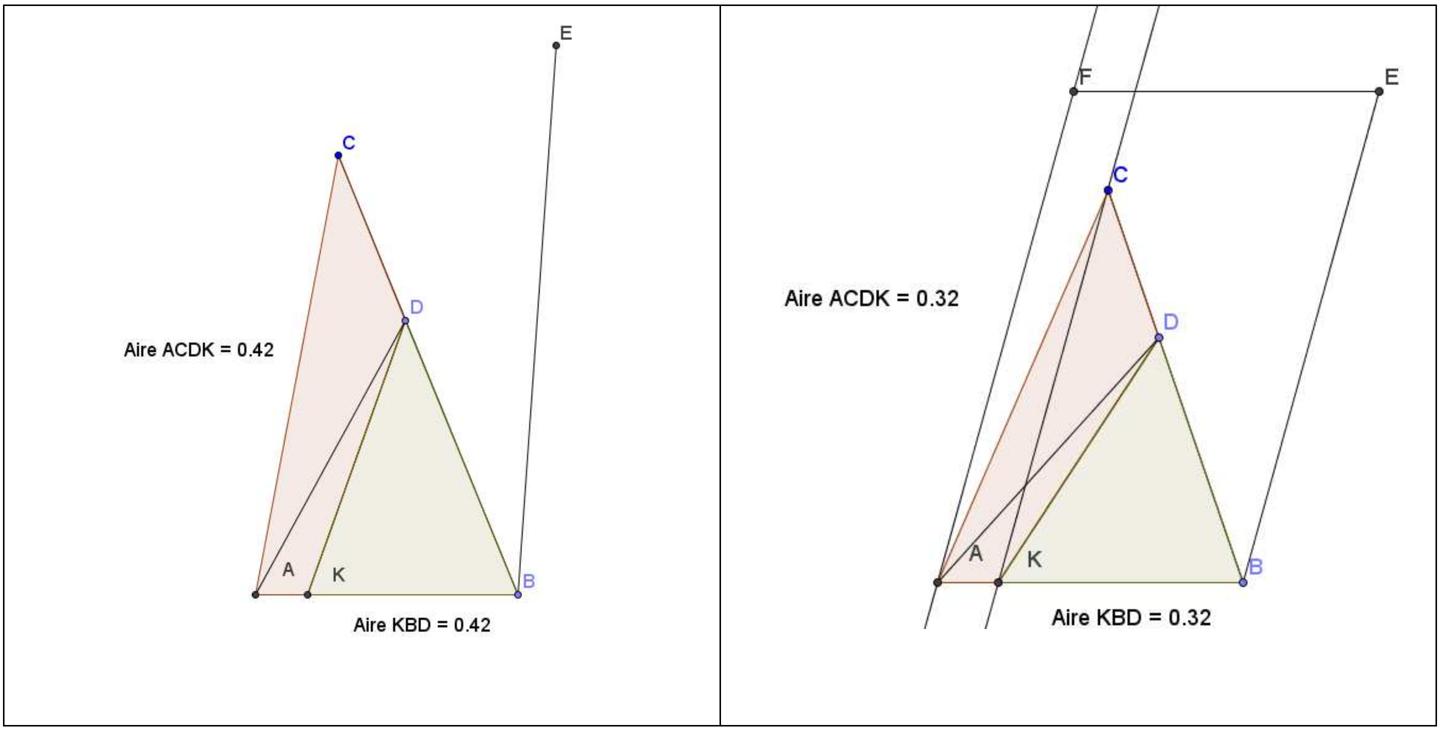
Appeler le professeur pour vérification.

(b) Expérimenter diverses positions de la droite passant par K et conjecturer un partage possible (choisir q= BD/BC) du segment [B,C] . Déplacer le point C.

Appeler le professeur pour valider votre conjecture

(c) Ensuite on pourra créer un curseur pour la variable p (entre 0,5 et 1) et essayer de trouver un lien entre p et q. Chercher aussi une construction géométrique possible du point D.

6) d'autres pistes existent : par exemple exploiter le symétrique de A par rapport à D et (AC)//(BE), au risque de se retrouver avec le parallélogramme ABEF (voir 5) ??



8) Prolongement : On voudrait maintenant choisir K pour que le périmètre du triangle ABC soit aussi partagé en deux ! (conjecture : la droite (KD) passe par le centre du cercle inscrit au triangle ?) …