La recette du kaprekar

Soit un nombre N de trois chiffres dont deux au moins sont distincts. On note G le nombre formé avec ces mêmes chiffres pris dans l'ordre croissant, et P le nombre formé avec ces mêmes chiffres pris dans l'ordre décroissant.

On calcule la différence $D = G - P$. Le nombre D devient le nombre initial et on recommence le calcul.
(Exemple : $N = 878$ donne $G = 887$, $P = 788$ et $D = 887 - 788 = 99$, on remplace N par 99).
L'algorithme s'arrête lorsqu'on obtient deux fois de suite le même nombre D.

1. À l'aide d'un tableur et des fonctions `ENT()`,`MOD()`,`MAX()`,`MIN()` qu'il fournit :

   (a) Établir des formules permettant de calculer les chiffres des unités, dizaines, centaines d'un nombre de trois chiffres puis celles donnant G , P et $G - P$ afin de réaliser un tableau d'au moins 7 colonnes, comme celui de l'exemple ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G
1	N	Centaines	Dizaines	Unités	G	P	D
2	878	8	7	8	887	788	99
3	99	0	9	9	990	99	...

   (b) Appliquer l'algorithme aux nombres 787, 877 et 794 puis à différents nombres de trois chiffres.
   Qu'observe-t-on ? Émettre diverses conjectures sur la suite des nombres obtenus dans la colonne A.

2. Démontrer au moins deux des conjectures émises.

Quelques commentaires personnels

N	C	D	U	maxi	moyen	mini	G	P	D
787	7	8	7	8	7	7	877	778	99
99	0	9	9	9	9	0	990	99	891
891	8	9	1	9	8	1	981	189	792
792	7	9	2	9	7	2	972	279	693
693	6	9	3	9	6	3	963	369	594
594	5	9	4	9	5	4	954	459	495
495	4	9	5	9	5	4	954	459	495

N	C	D	U	maxi	moyen	mini	G	P	D
787	=ENT(A2/100)	=(A2-B2*100-D2)/10	=MOD(A2;10)	=MAX(B2:D2)	=SOMME(B2:D2)-E2-G2	=MIN(B2:D2)	=+E2*100+F2*10+G2	=+G2*100+F2*10+E2	=+H2-I2
=+J2	=ENT(A3/100)	=(A3-B3*100-D3)/10	=MOD(A3;10)	=MAX(B3:D3)	=SOMME(B3:D3)-E3-G3	=MIN(B3:D3)	=+E3*100+F3*10+G3	=+G3*100+F3*10+E3	=+H3-I3
=+J3	=ENT(A4/100)	=(A4-B4*100-D4)/10	=MOD(A4;10)	=MAX(B4:D4)	=SOMME(B4:D4)-E4-G4	=MIN(B4:D4)	=+E4*100+F4*10+G4	=+G4*100+F4*10+E4	=+H4-I4

Des conjectures porteront sur la « fin à 495 », les valeurs particulières de D, etc..
Si on prend max=abc et min = cba, alors max – min = (a-c)100 + (c-a) = 99(a-c) avec a>c
Les seuls résultats possibles étant 099, 198, 297, …. ; il suffit de tous les tester pour voir qu'ils aboutiront à 495.

<u>Conclusion : sujet de spécialité, intéressant, excellent problème « ouvert ».</u>

16/07/2008 Claude Poulin Nouméa