

Étude de flux de populations

Énoncé

L'objet de ce travail est l'étude de flux de populations entre trois zones géographiques : une ville notée A, une zone périurbaine notée B et une zone de campagne notée C.

Pour modéliser les flux de population, on fait les hypothèses suivantes :

- La population totale des trois zones *reste constante*.
- Chaque année la zone A perd 10% de sa population, mais accueille 10% de la population de la zone B et 1% de la population de la zone C.
- Chaque année la zone B perd 10% de sa population, mais accueille 10% de la population de la zone A et 1% de la population de la zone C.
- Chaque année la zone C perd 2% de sa population.

Au premier janvier 2008, la zone A comptait 5 000 habitants, la zone B en comptait 2 000 et la zone C en comptait 4 000.

On désigne par a_n , b_n et c_n les nombres d'habitants respectifs des zones A, B et C au premier janvier de l'année 2008 + n . On admettra, pour l'étude mathématique, que les nombres réels a_n , b_n et c_n peuvent ne pas être entiers.

1. On souhaite décrire, avec le modèle ci-dessus, l'évolution des trois populations.
 - (a) Représenter graphiquement, à l'aide du tableur, ou d'une calculatrice, les suites (a_n) , (b_n) et (c_n) .
 - (b) Conjecturer le sens de variation et la convergence des suites (a_n) , (b_n) et (c_n) .

Appeler l'examineur pour vérification des résultats obtenus et des conjectures.

2. Pour chaque année 2008 + n , soit d_n la différence de population entre les zones A et B. Conjecturer la nature de la suite (d_n) .

Appeler l'examineur pour une vérification et lui indiquer les méthodes envisagées pour les démonstrations qui suivent.

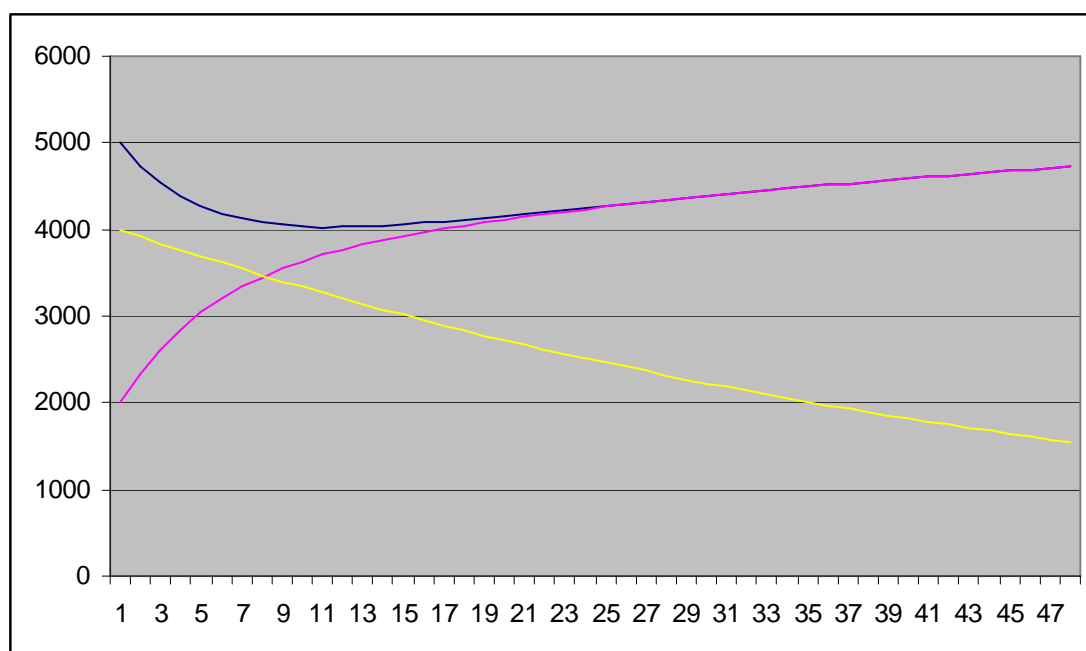
3. On se propose de calculer les limites des suites (a_n) , (b_n) et (c_n) .
 - (a) Déterminer l'expression de c_n et de d_n en fonction de n .
 - (b) En déduire l'expression de a_n et de b_n en fonction de n .
 - (c) Déterminer les limites des suites (a_n) , (b_n) et (c_n) .

Production demandée

- Une feuille de calcul donnant les valeurs de n et des termes des différentes suites.
- Un graphique représentant les suites (a_n) , (b_n) et (c_n) .
- Les réponses argumentées aux questions de la Partie 3.

Quelques commentaires personnels sur la fiche 013 Flux de populations

	zone A	zone B	zone C	total
1 janvier 2008	5000	2000	4000	11000
1 janvier 2009	4740	2340	3920	11000
1 janvier 2010	4539,2	2619,2	3841,6	11000
1 janvier 2011	4385,6	2849,6	3764,8	11000
1 janvier 2012	4269,7	3040,9	3689,5	11000
1 janvier 2013	4183,7	3200,6	3615,7	11000
1 janvier 2014	4121,5	3335,1	3543,4	11000
1 janvier 2015	4078,3	3449,2	3472,5	11000
1 janvier 2016	4050,1	3546,8	3403,1	11000
1 janvier 2017	4033,8	3631,2	3335	11000
1 janvier 2018	4026,9	3704,8	3268,3	11000
1 janvier 2019	4027,4	3769,7	3202,9	11000



$$a_{n+1} = 0,9a_n + 0,1b_n + 0,01c_n \quad , \quad b_{n+1} = 0,9b_n + 0,1a_n + 0,01c_n \quad \text{et} \quad c_{n+1} = 0,98c_n$$

On vérifie que la somme est bien constante (11000)

(c_n) est géométrique $c_n = 0,98^n \cdot 4000$ et $d_{n+1} = 0,8d_n$ aussi, donc $a_n - b_n = d_n = 0,8^n \cdot 3000$

Comme $a_n + b_n = 11000 - c_n$ il est possible d'exprimer a_n , b_n et calculer les limites demandées.

Conclusion : bon sujet.