

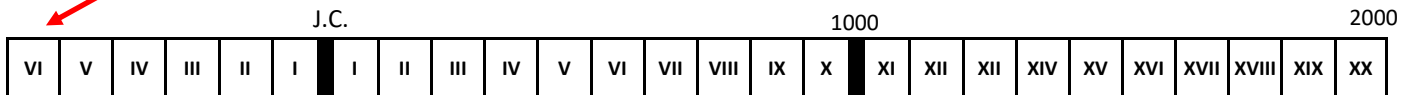
Πυθαγόρας

La gamme pythagoricienne

Pythagore est un curieux insatiable qui s'intéresse à tout et qui cherche à tout comprendre. Il s'intéresse à la *politique*, à la médecine, à l'*astronomie*, à la *musique*, aux *mathématiques* et particulièrement à la *géométrie*. Vous verrez en 4^e le fameux *théorème* qui porte son nom.

Si on lui demandait quel était son métier, il répondait *philosophe*, c'est à dire celui qui aime la sagesse*. Pour résumer, disons que c'était un savant philosophe.

* Le grec a toujours et est encore la langue des sciences. J'ai donc mis en *italique* les mots d'origine grecque.

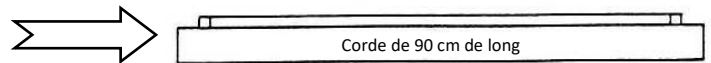


Le but du cours : c'est de comprendre que pour la gamme de do les différentes notes dépendent les unes des autres dans une logique musicale et mathématique. Ce que l'oreille entend, les fractions le vérifient. Ce que les fractions calculent, l'oreille le vérifie aussi.

Nous travaillons donc sur la gamme de do et allons trouver comment chanter et calculer tous les **intervalles** qui séparent le do fondamental des autres notes jusqu'au do aigu.

Ces intervalles portent des noms qui sont assez faciles à apprendre :

Maintenant, tous aux monocordes



Ce qu'on trouve par tâtonnement...

L'octave, ou 8e note, ou do aigu vibre sur **45 cm**

La quinte, ou 5e note, ou sol vibre sur **60 cm**

...on le vérifie par le calcul

L'octave est constitué de $45/90$ de la fondamentale, soit **$1/2$** .

L'octave de cette octave doit être à $1/2$ de $1/2$ de 90 cm, soit **22,5cm**

La quinte de do est constitué de $60/90$ de la fondamentale, soit **$2/3$** .

Ici Pythagore intervient : « Le rapport $1/2$ ne nous donne que des do, mais le rapport $2/3$ nous promet une note toujours différente si on recalcule à partir de la dernière note trouvée. »

On vérifie à l'oreille ...

Si on joue les 40 cm, on entend bien que le ré que l'on a trouvé est au-dessus du do aigu. Or le ré que l'on veut est la 2^{de} du do fondamental. Il faut donc compléter le calcul pour trouver l'8^{ve} grave du ré.

Il faut commencer à être précis avec le sillet mobile

Le mi nous repose le même problème que le ré, il est au-dessus du do aigu. Il faut donc retourner au calcul pour obtenir la mesure de la bonne octave.

Aucun problème

Tant que notre fraction est supérieure à $1/2$, on est en-dessous du do aigu. Sinon, on multiplie la longueur de corde par 2 pour retrouver la bonne octave.

...ce qu'on a trouvé par le calcul

La quinte de sol est constituée des $2/3$ des $2/3$ du do.

$2/3 \times 2/3 = 4/9$. La longueur doit donc être : $90\text{cm} \times 4/9 = 40\text{cm}$.

Or je veux le double, je multiplie donc ma fraction par 2. $4/9 \times 2 = 8/9$ soit **80cm**

La quinte du ré est le **la**. C'est les $2/3$ de $8/9$. Donc $8/9 \times 2/3 = 16/27$.

La longueur vibrante sera de $90\text{cm} \times 16/27 = 53,33\text{cm}$

La quinte du la est le **mi**. C'est les $2/3$ de $16/27$. Donc $16/27 \times 2/3 = 32/81$.

Mais ce mi est trop aigu, il faut l'8^{ve} du dessous, c'est-à-dire

$32/81 \times 2 = 64/81$. La longueur vibrante sera de $90\text{cm} \times 64/81 = 71,1\text{cm}$

La quinte du mi est le **si**. C'est les $2/3$ de $64/81$. Donc $64/81 \times 2/3 = 128/243$.

La longueur vibrante sera de $90\text{cm} \times 128/243 = 47,4\text{cm}$

Et le **fa** ? Il nous reste sur les bras car on ne peut pas le calculer par succession de quintes.

On pourrait le trouver à l'oreille mais on peut aussi utiliser la logique et le calcul. Le fa est la quarte du do fondamental, or on retrouve une autre quarte facile à mesurer sur le monocorde, c'est la quarte sol - do aigu.

Il est facile de calculer le rapport de 4^{te} entre le do aigu (45cm) et le sol (60cm): $45/60 = \dots 3/4$. Et $3/4$ de 90cm = **67,5cm**

Il est plus compliqué en 5^e d'imaginer une fraction de fraction :

Mais le calcul en est facile !