25 septembre 2013

Toutes séries

CORRIGE

Les corrections proposées ne sont données qu'à titre indicatif.

Toutes les démarches et raisonnements possibles n'ont pas été envisagés.

Toute proposition d'élève doit donc être prise en compte

Exercice 1 : Les cibles

1. Soit I le milieu de . et le triangle ABC étant rectangle isocèle donc .
2. **b.** Le rayon de vaut donc : .
3. **c.**

- Le secteur angulaire de centre A et celui de centre B sont égaux par symétrie.

1. donc

- Le secteur angulaire de centre C est un quart de cercle il vaut donc .
- L'aire de la partie grisée vaut donc : .
-

1. La longueur du rectangle mesure : . La largeur mesure :
2.
3. Par construction, PQR est un agrandissement du triangle ABC. PQR est donc rectangle et isocèle en C.
4. Soient S le pied de la hauteur issue de C dans le triangle ABC et T le point d'intersection entre (PR) et (CS). On a alors et (diagonale d'un carré de côté 4). On en déduit que et donc et .
5.
6. Aire de la cible rectangulaire :
    1. Aire de la cible triangulaire : .
        1. La cible triangulaire ayant une plus grande aire. Or la cible étant toujours atteinte, Olympe a raison, il y a plus de chance de gagner avec la cible rectangulaire, la partie grisée représentant une proportion plus importante.
        2.

Exercice 2 : Le parc d'attractions

1. On désigne par A, B, C, D,... les points du parc d'attractions.
2. Soit A l'un de ces points. En utilisant la première condition, il est directement relié à au plus trois points qui sont eux-mêmes reliés à au plus deux points.Le schéma ci-contre donne le nombre maximal de points atteint à partir de A.

On constate qu'à partir de A, on peut atteindre au plus neuf points en deux liaisons. Il y a donc au plus dix points.

2.

Exercice 3 : Les pavages du plan de Johannes Kepler

Partie I :

1. La somme des angles d'un triangle vaut 180°. Or un heptagone peut se « découper » avec des diagonales en cinq triangles. La somme des angles d'un heptagone est donc de . Or , donc un angle de l'heptagone vaut environ 129°.
2. **et 3.**

Nombre de côtés	Nom du polygone	Mesure d'un angle
n	n-gone	180 – 360/n
3	Triangle équilatéral	60°
4	Carré	90°
5	Pentagone	108°
6	Hexagone	120°
7	Heptagone	128,575714°
8	Octogone	135°
9	Ennéagone	140°
10	Décagone	144°

Partie II :

1. **a)** Les triangles équilatéraux sont des polygones réguliers et comme formule, il n'y a ni trou ni chevauchement. Le pavage est possible.
2. **b)** Avec des heptagones réguliers, on a formule, il y a donc chevauchement des pièces.
3. On peut créer un pavage régulier du plan avec des **triangles équilatéraux, des carrés et des hexagones**. Avec des pentagones, il y a un « trou » ( ) , avec tous les autres polygones réguliers, il y a chevauchement, la sommes des angles dépassant les 360°.
4.

Partie III :

1. **a)** Un triangle, deux carrés, un hexagone.
2. **b)** Il y a donc formule.
3. Sur ce pavage, il y a déjà un triangle, un carré et un pentagone soit formule. Aucune mesure d'angle ne peut compléter ce pavage pour obtenir 360° exactement.
4. Trois polygones au minimum sont indispensables à un sommet. Si on en a seulement 2, au moins un angle devrait mesurer au moins 180° ce qui est impossible pour des polygones réguliers.
5. Le maximum de pièces est 6 car le plus petit polygone régulier est un triangle équilatéral et formule.
6. On peut utiliser 3 sortes de polygones différents. Si on en prend 4, dans l'ordre croissant de leur mesure d'angle, on a triangle + carré + pentagone + hexagone = 60 + 90 + 108 + 120 = 378 > 360
7. Il y a 21 possibilités en tenant compte des différents ordre possibles.
8. Dans ce tableau, les listes donnent le nombre de côtés des polygones utilisés pour le pavage, en commençant par le maximum de plus petits polygones tout en respectant l'ordre des polygones autour d'un sommet. Pour information, les noms en italique sont ceux que l'on ne peut pas étendre à une surface plane.
9.

Nombre de polygones à un sommet	Nom des pavages *ceux en italique sont impossibles à étendre à plusieurs sommets*
6	(3 – 3 – 3 – 3 – 3 – 3) @ 36
5	(3 – 3 – 3 – 3 – 6) @ 34.6 (3 – 3 – 3 – 4 – 4) @ 33.42 (3 – 3 – 4 – 3 – 4) @ 33.42

4	(4 – 4 – 4 – 4) @ 44. *(3 – 3 – 4 – 12) @ 32.4. 12* *(3 – 3 – 12– 4) @ 32.4. 12* *(3 – 3 – 6 – 6)* @ 32. 62 (3 – 6 – 3 – 6)@ 32. 62 (3 – 4 – 4 – 6) @ 3. 42. 6 (3 – 4 – 6 – 4) @ 3. 42. 6
3	(3 – 12 – 12) *(3 – 10 – 15)* *(3 – 9 – 18)* *(3 – 8 – 24)* *(3 – 7 – 42)* (4 – 8 – 8) (4 – 6 – 12) *(4 – 5 – 20)* *(5 – 5 – 10)* (6 – 6 – 6)