

Étude d'un phénomène biologique

Énoncé

Une expérience portant sur l'étude de la croissance de bactéries (*escherichia coli*), durant deux heures dans un milieu liquide minimum glucosé, donne le tableau suivant (où t est la durée exprimée en heures et $D(t)$ la densité de cellules en fonction de la durée):

t	0	0,1	0,3	0,57	0,6	0,7	0,9	1,2	1,47	1,72	1,95
$D(t)$	10,2	11,2	13,5	17,2	17,7	19,5	23,5	30,5	39	49,2	61

1. À l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice, représenter le nuage de points correspondant au tableau ci-dessus.

Appeler le professeur pour vérifier le graphique.

On recherche désormais une fonction qui approche la densité de population en fonction de la durée. La détermination d'une telle fonction passe par la recherche de quantités fixes.

2. Dans une telle situation, différentes hypothèses sont envisagées concernant l'accroissement de la densité ΔD . Est-elle proportionnelle :

- à l'accroissement de la durée Δt , ce qui signifie que $\frac{\Delta D}{\Delta t}$ est constant ?
- à D , ce qui signifie que $\frac{\Delta D}{D}$ est constant ?
- à D et Δt , ce qui signifie que $\frac{\Delta D}{\Delta t \times D}$ est constant ?

À l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice, vérifier que la troisième hypothèse est la mieux adaptée aux données.

Appeler le professeur pour vérifier le tableau proposé.

3. (a) Expliquer pourquoi la relation $\frac{\Delta D}{\Delta t \times D} = k$, où k est une constante, conduit à considérer que la densité peut être représentée par une fonction dérivable f qui vérifie : $f'(t) = k \cdot f(t)$.
- (b) Déterminer toutes les fonctions f qui vérifient $f'(t) = k \cdot f(t)$.
- (c) Compte tenu des données dont on dispose, quelle formule peut-on proposer pour la fonction f sur l'intervalle $[0; 2]$?
- (d) Représentez, à l'aide d'un tableur ou de la calculatrice, cette fonction f et le nuage de points initial sur un même graphique.
- (e) Si le temps le permet : quel aurait été l'avantage d'introduire la quantité $d = \ln(D)$?

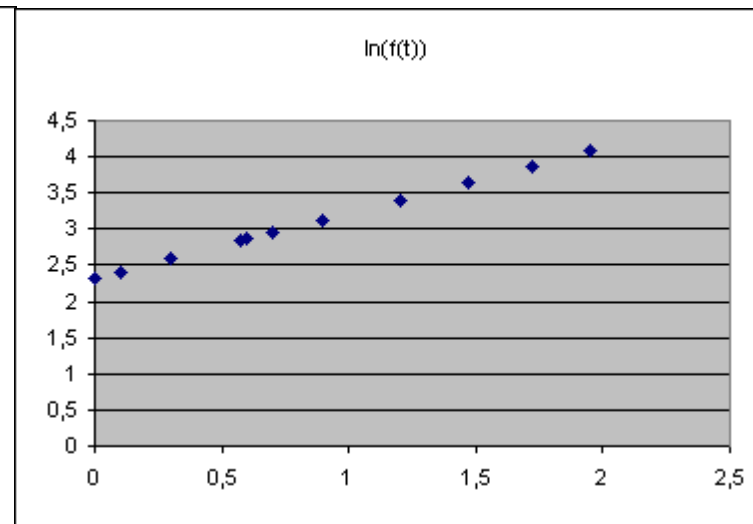
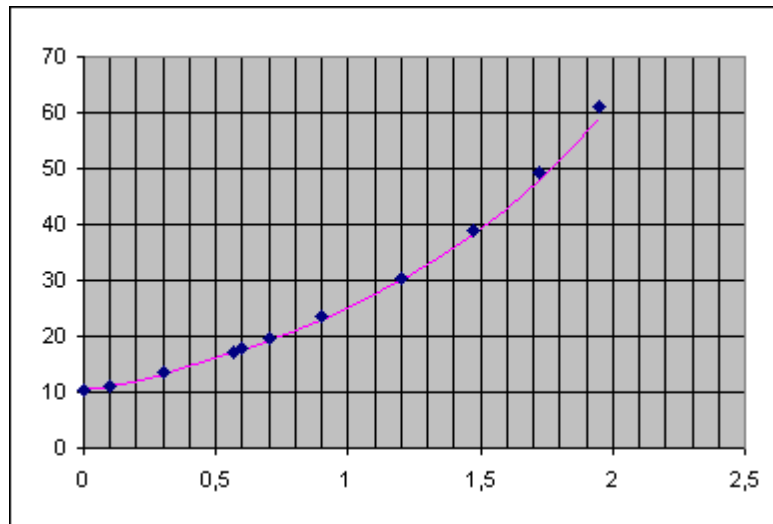
Production demandée

- Tableau de valeurs présentant t , $D(t)$, Δt , $\frac{\Delta D}{\Delta t}$, $\frac{\Delta D}{D}$, $\frac{\Delta D}{\Delta t \times D}$;
- vérification simple par comparaison ;
- réponses argumentées pour les trois premières questions de la question 3 ;
- aperçu, copie ou impression d'écran de la courbe demandée.

Quelques commentaires personnels sur la fiche 009 2009
« Etude d'un phénomène biologique »

Logiciel utilisé : Excel

t	D(t)	delta(t)	delta(D)	delta(D)/delta(t)	delta(D)/D	delta(D)/(delta(t)*D)	f(t)	ln(f(t))
0	10,2						10,2	2,32238772
0,1	11,2	0,1	1	10	0,09803922	0,98039216	11,1605777	2,41238772
0,3	13,5	0,2	2,3	11,5	0,20535714	1,02678571	13,3616374	2,59238772
0,57	17,2	0,27	3,7	13,7037037	0,27407407	1,01508916	17,0370046	2,83538772
0,6	17,7	0,03	0,5	16,66666667	0,02906977	0,96899225	17,50327	2,86238772
0,7	19,5	0,1	1,8	18	0,10169492	1,01694915	19,1516279	2,95238772
0,9	23,5	0,2	4	20	0,20512821	1,02564103	22,9286615	3,13238772
1,2	30,5	0,3	7	23,33333333	0,29787234	0,9929078	30,0357314	3,40238772
1,47	39	0,27	8,5	31,48148148	0,27868852	1,03217972	38,2976187	3,64538772
1,72	49,2	0,25	10,2	40,8	0,26153846	1,04615385	47,9609779	3,87038772
1,95	61	0,23	11,8	51,30434783	0,2398374	1,0427713	58,991167	4,07738772



Conclusion : Equation différentielle, approche classique en Physique ou en Biologie pour modéliser un phénomène ; plus un sujet de TD que d'examen.