Aire maximale d'un triangle

Énoncé

Le plan est muni d'un repère orthonormé et (C) est la parabole d'équation $y = x^2$.

Sur (C), on considère le point fixe A d'abscisse a, réel strictement positif, et un point M dont l'abscisse x appartient à l'intervalle $[0, a]$.

On cherche la position de M pour laquelle l'aire du triangle OMA est maximale.

Partie A

1. On fixe $a = 3$.
   Avec un logiciel de géométrie dynamique, conjecturer la position de M qui rend l'aire du triangle OAM maximale.

   Appeler l'examinateur pour qu'il vérifie la construction ou en cas de blocage

2. La conjecture est-elle confirmée pour d'autres valeurs de a ?

   Appeler l'examinateur pour lui proposer la conjecture

Partie B

3. Soit f la fonction qui, à tout x de $[0, a]$, associe l'aire du triangle OMA.

   (a) Déterminer l'expression de $f(x)$.

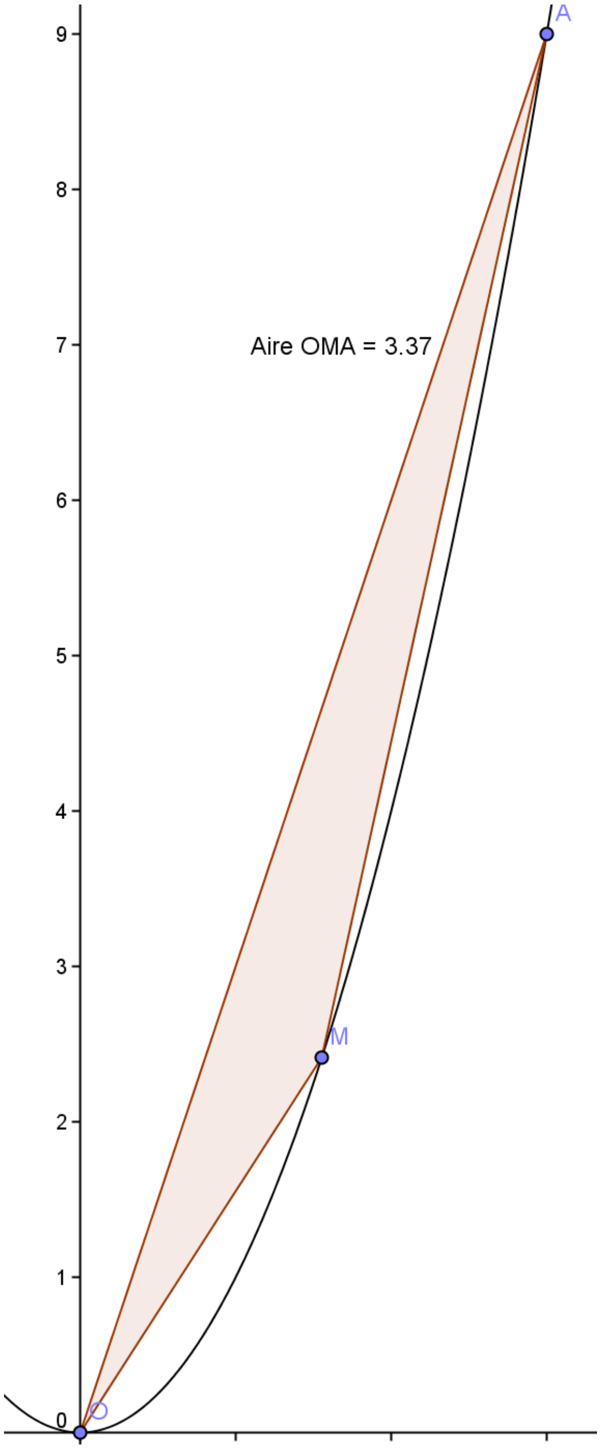
   Appeler l'examinateur pour lui proposer l'expression trouvée.

   (b) Étudier les variations de f et en déduire la position de M pour laquelle l'aire est maximale ainsi que la valeur de l'aire maximale.

Production demandée

- la figure dynamique ;
- validation de la conjecture.

Quelques commentaires personnels sur la fiche 080 2009
« Aire maximale d'un triangle »



Logiciel utilisé : Géogébra

L'aire s'obtient facilement par différence

$$\frac{a.a^2}{2}-\frac{x.x^2}{2}-\frac{(x^2+a^2)(a-x)}{2}=\frac{1}{2}ax(a-x) \quad \text{avec } 0\leq x\leq a$$

dont l'étude est aisée et aboutit à un maximum pour $x=\frac{a}{2}$

et on retrouve bien pour a=3, la valeur 3,375.

<u>Conclusion</u> : excellent sujet.

03/09/2009 Claude Poulin Nouméa