

Utilisation de Géoplan pour conjecturer et résoudre un problème

Soit un triangle ABC rectangle isocèle en A tel que $AB = AC = 6$.

M est un point mobile du segment [AB] tel que $AM = x$ avec $x \in [0;6]$

M varie sur le segment [AB] et on construit le rectangle AMNP tel que $N \in [BC]$ et $P \in [AC]$.

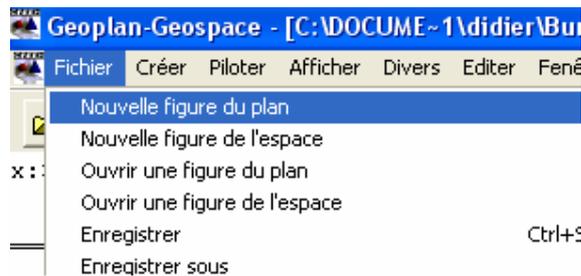
On veut étudier les variations de l'aire \mathcal{A} du rectangle AMNP lorsque M se déplace sur [AB]

Pour cela, on introduit une fonction f associant à x l'aire \mathcal{A} .

1. Construction de la figure avec Géoplan



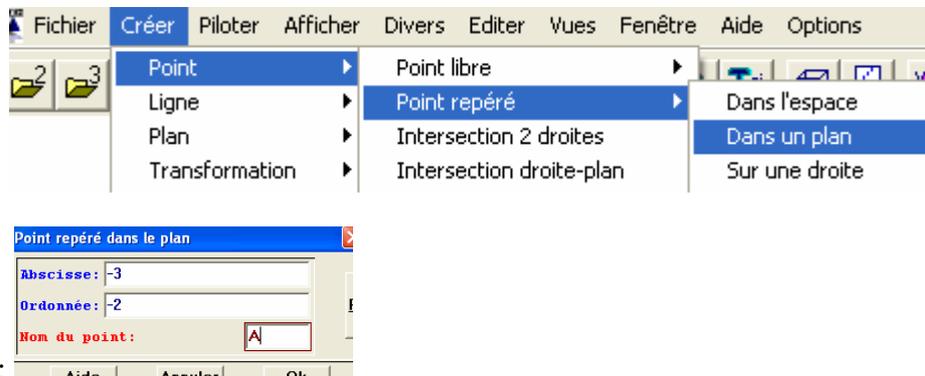
Lancer le logiciel géoplan-geospace puis sélectionner



On va d'abord construire un triangle ABC rectangle isocèle en A

Pour cela on construit les points $A(-3 ; -2)$ $B(3 ; -2)$ et $C(-3 ; 4)$

Pour créer ces points avec Géoplan il faut :

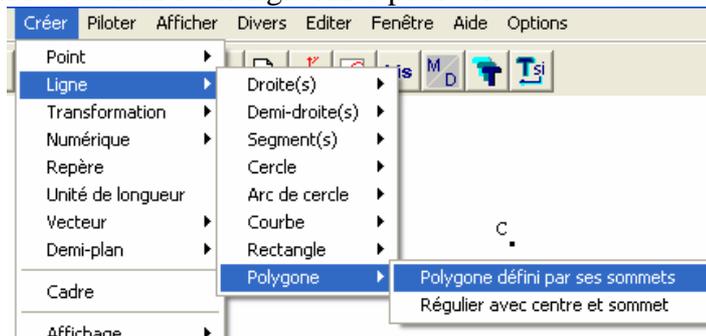


Pour le point A :

Pour les points B et C recommencer en cliquant sur

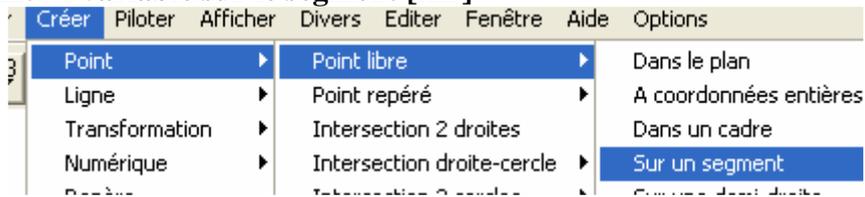


Une fois les points créés il faut définir le triangle ABC pour cela



On appellera le polygone ABC.

On va créer un point M variable sur le segment [AB]



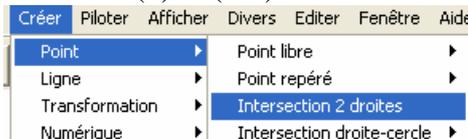
Vous pouvez remarquer qu'on peut déplacer le point en maintenant enfoncé le bouton gauche de la souris.

On va construire le rectangle AMNP

-Définir la droite (d) parallèle à (AC) et passant par M :



-Définir le point N d'intersection des droites (d) et (BC)

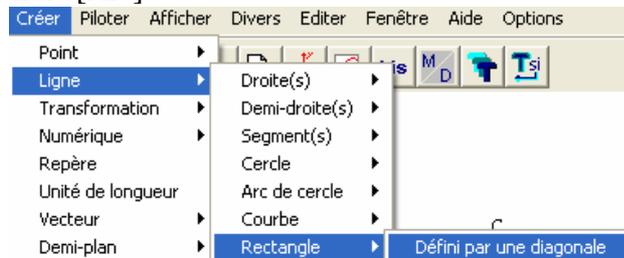


-Définir le point P, projeté orthogonal de N sur (AC)



projection orthogonale

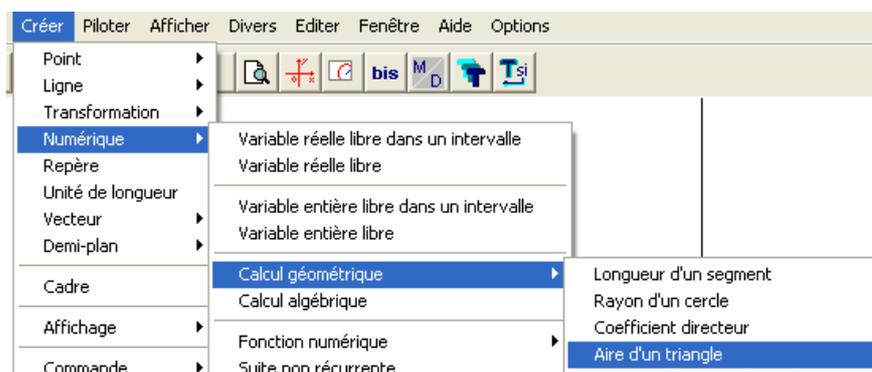
-Définir le rectangle de diagonale [AN]



On appellera le rectangle AMNP

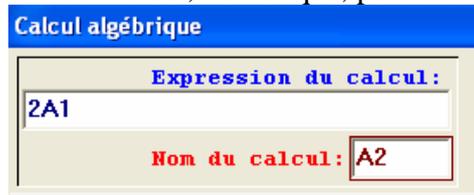
-On va maintenant définir l'aire du rectangle AMNP

(on ne peut pas le faire directement donc on va la définir comme 2 fois l'aire du triangle AMN)



On appellera l'aire A1

On calcule l'aire du rectangle en faisant : créer, numérique, puis calcul algébrique.

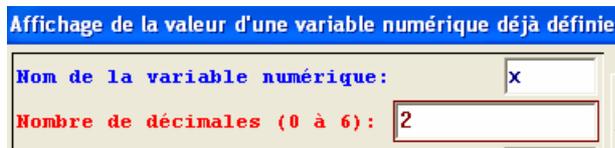


Remarque : Le calcul de l'aire du rectangle AMNP est A2

- On va afficher à l'écran x et le calcul de l'aire du rectangle A2
- Créer, numérique, calcul géométrique, longueur x du segment [AM]
- Créer, affichage, d'une variable numérique déjà définie

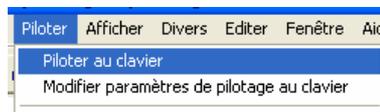


Puis cliquer sur bis et afficher x



Déplacer le point M et déterminer une valeur approchée de x pour que l'aire A2 soit maximale. Existe-t-il une valeur de x pour laquelle l'aire de AMNP est égal à 8.

Remarque : pour piloter M avec le clavier , allez dans



Vous pouvez modifier le pas du pilotage pour avoir plus de précision prenez un pas de 0.001



2. Construction de la courbe de la fonction qui à x associe l'aire du rectangle notée A2

- Cliquer sur fichier, nouvelle figure dans le plan
- Cliquer sur fenêtre mosaïque verticale
- Cliquer sur repère : 
- Créer, numérique, variable réelle libre et définir x

Cliquer sur **bis**

- définir A2
- créer, un point, repéré dans le plan

Point repéré dans le plan

Abscisse: x

Ordonnée: A2

Nom du point: Q

-cliquer sur piloter puis importer

Sur l'autre feuille si vous déplacez M sur [AB] vous devez voir Q se déplacer.
 Nous avons maintenant affiché la trace de Q c'est à dire la courbe de la fonction A2
 Cliquer sur la feuille où il y a le repère puis

Afficher Divers Editer Fenê

Sélection trace

Puis sélectionner le point Q

Sélection trace

Ok Annuler Aide

Q point de coordonnées (x, A₂) dans le



Cliquer sur  pour afficher la trace de Q puis déplacer le point M sur l'autre feuille.

Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire est maximale.

3. Partie Théorique pour justifier les conjectures émises à l'aide de Géoplan.

1. Calculer la longueur MN en fonction de x.
2. On appelle f la fonction qui à x associe l'aire de AMNP
 Démontrer que $f(x) = -x^2 + 6x$.
3. Vérifier que $f(x) = -[(x-3)^2 - 9]$
4. Démontrer que f admet un maximum que l'on déterminera.
5. Résoudre l'équation $x^2 + 6x + 8 = 0$ (on utilisera que $8 = 9 - 1$)
6. Existe-t-il des valeurs de x pour lesquelles l'aire est égale à 8 ?