

## Angle maximum et produit scalaire

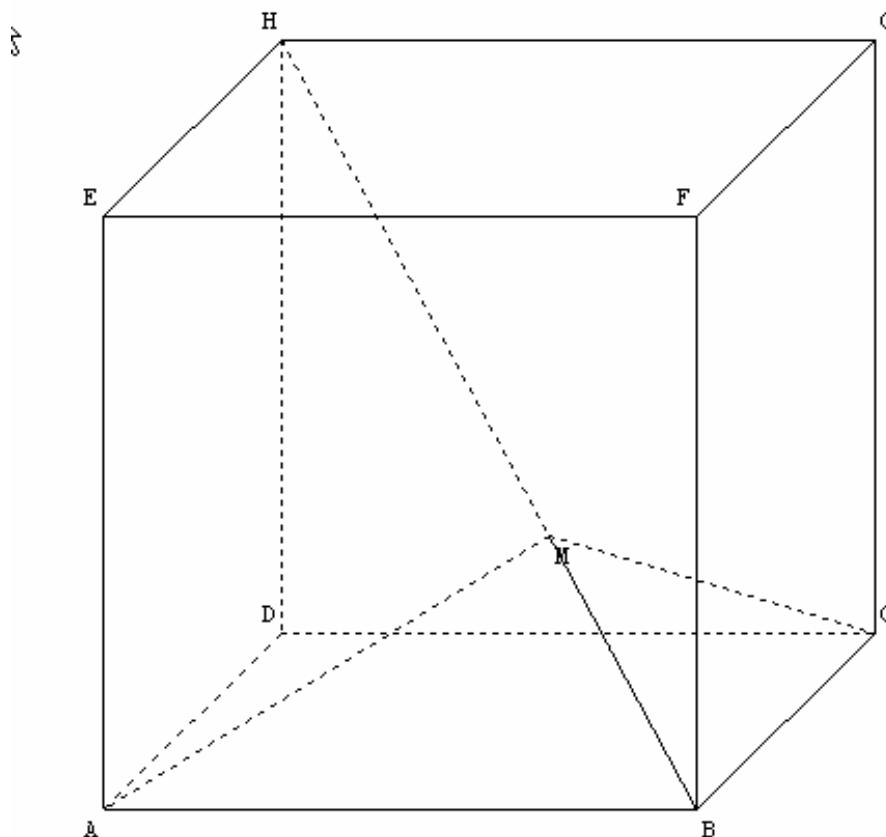
*d'après l'IREM de Toulouse*

### 1. Objectif : Optimiser un angle en jouant sur une distance

$ABCDEFGH$  est un cube d'arête  $a$ .

$M$  est un point de la grande diagonale  $[HB]$ .

Comment déterminer la position du point  $M$  sur  $[HB]$  pour que l'angle  $\widehat{AMC}$  soit maximum ?



### 2. Expérimentation à l'aide du logiciel Geospace :

- (a) Créer un cube  $ABCDEFGH$ .
- (b) Créer le segment  $[HB]$ , puis le point  $M$  sur le segment  $[HB]$ .
- (c) Créer la mesure de  $\widehat{AMC}$ , puis faire afficher cette mesure.
- (d) Déplacer le point  $M$  sur le segment  $[HB]$ . Déterminer la position pour laquelle la mesure de  $\widehat{AMC}$  semble être maximale. Relever la valeur du maximum observé.

*Appeler le professeur pour vérification.*

- (e) Créer le triangle AMB, puis observer AMB en vraie grandeur en plaçant le plan AMB de face.
- (f) Comment semble être l'angle  $\widehat{AMB}$  lorsque  $\widehat{AMC}$  est maximal ? Que représente donc le point M sur la droite (HB), pour le point A ?

*Appeler le professeur pour valider votre conjecture.*

### 3. Démonstration :

- 1) a. Montrer que  $MA = MC$ .
- b. On pose  $x = \widehat{AMC}$ , montrer que  $\frac{a^2}{MA^2} = 1 - \cos(x)$ .
- 2) a. Déterminer les variations de la fonction  $x \mapsto 1 - \cos(x)$  sur  $[0; \pi]$ .
- b. En déduire que  $x$  est maximal lorsque MA est minimale.  
Que représente alors le point M sur la droite (HB), pour le point A ?
- c. Montrer que  $x$  est maximal pour  $MA^2 = \frac{2a^2}{3}$ .
- d. En déduire l'angle maximal  $\widehat{AMC}$ .

### 4. Aide pour l'utilisation du logiciel Geoplan-Geospace :

Constructions	Mode d'emploi
Créer un cube ABCDEFGH	Menu <i>Fichier</i> , choisir <i>Charger une figure</i> et ouvrir le fichier <i>cube1</i> dans le répertoire <i>classics</i> .
Créer le segment [HB]	Menu <i>Créer</i> , <i>Ligne</i> , <i>Segments</i> .
Créer le point M sur le segment [HB]	Menu <i>Créer</i> , <i>Point</i> , <i>Point libre, sur un segment</i> .
Créer la mesure de AMC	Menu <i>Créer</i> , <i>Numérique</i> , <i>Calcul géométrique</i> , <i>Angle géométrique</i> .
Faire afficher cette mesure	Menu <i>Créer</i> , <i>Affichage</i> , <i>Variable numérique déjà définie</i>
Déplacer le point M sur le segment [HB].	Utiliser la souris et observer la modification de l'affichage.
Créer le triangle AMB	Menu <i>Créer</i> , <i>Ligne</i> , <i>Polygone convexe, défini par ses sommets</i> .
Observer AMB en vraie grandeur en plaçant le plan AMB de face.	Menu <i>Vues</i> , <i>Vue avec un autre plan de face</i> . 