# Baccalauréat ST2S Nouvelle–Calédonie
# 10 novembre 2011

**EXERCICE 1** **6 points**

Un laboratoire propose un test de dépistage d'une certaine maladie. Ce test présente les caractéristiques suivantes :

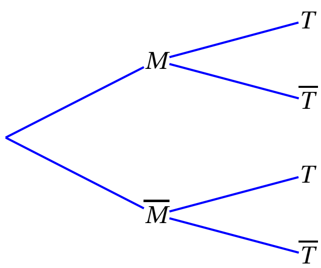
- la probabilité qu'une personne atteinte de cette maladie ait un test positif est de $0,97$ ;
- la probabilité qu'une personne non atteinte de cette maladie ait un test négatif est de $0,99$.

On souhaite procéder à un dépistage systématique dans une population donnée, au sein de laquelle s'est déclenchée une épidémie.
On admet que la proportion de personnes atteintes de la maladie dans cette population est 4 %. On choisit une personne au hasard et on note :

- $M$ l'évènement : « la personne choisie est atteinte de la maladie » ;
- $T$ l'évènement : « la personne choisie a un test positif » ;
- $\overline{M}$ et $\overline{T}$ les évènements contraires respectifs des évènements $M$ et $T$.

**1.** *Dans cette question, aucune justification n'est demandée.*

Donner les valeurs respectives des probabilités $P(M)$, $P_M(T)$ et $P_{\overline{M}}\left(\overline{T}\right)$, puis recopier sur la copie et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.




**2.** Définir par une phrase l'évènement $M \cap T$, puis calculer sa probabilité.

**3.** On admet que le résultat du test est correct s'il est conforme à l'état de santé de la personne soumise au dépistage.

Justifier soigneusement l'affirmation suivante : « la probabilité que le résultat du test soit correct est égale à 0,989 2 ».

**4.** *Dans cette question, on arrondira le résultat à* $10^{-4}$ *près.*

On appelle valeur prédictive d'un test de dépistage la probabilité qu'une personne présentant un test positif soit atteinte de la maladie.

**a.** Calculer $p(T)$.

**b.** En déduire la valeur prédictive de ce test.

**EXERCICE 2** **7 points**

Une maladie est apparue dans un pays au cours de l'année 2007 ; 397 cas ont été enregistrés au cours de cette année-là.

On a reproduit ci-dessous une feuille de calcul, réalisée sur un tableur, dans laquelle figurent des informations sur l'évolution du nombre de nouveaux cas diagnostiqués pour la période 2007-2010.

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Année | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
| 2 | Nombre de nouveaux cas | 397 | 429 | 463 | 500 |
| 3 | Taux d'évolution annuel 0,01 % près) | | 8,06 % | 7,93 % | 7,99 % |

Les cellules de la ligne 3 sont au format pourcentage.

1. Combien de nouveaux cas a-t-on recensés entre le 1er janvier 2007 et le 31 décembre 2010 ?
2. Quelle formule, entrée en C3 puis recopiée vers la droite jusqu'en E3, a permis d'obtenir les valeurs figurant dans la ligne 3 du tableau ?

   Dans la suite, on considère que, dans l'attente d'un traitement ou d'un vaccin, le nombre de nouveaux cas va continuer à augmenter de 8 % par an. On note $u_0$ le nombre de nouveaux cas en 2010, $n$ le nombre d'années écoulées depuis 2010 et $u_n$ le nombre de nouveaux cas au cours de l'année $(2010+n)$.
3. Préciser la nature, le premier terme et la raison de la suite $(u_n)$, puis exprimer $u_n$ en fonction de $n$.
4. Quelle estimation du nombre (arrondi à l'unité) de nouveaux cas peut-on faire pour l'année 2020 si la progression se poursuit au même rythme ?
5. **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $1,08^x \geqslant 3$.

   **b.** En quelle année peut-on estimer que le nombre de nouveaux cas dépassera 1 500 ?

   *Toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
6. **a.** Calculer $\displaystyle\sum_{n=1}^{11} u_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_{11}$ (voir formulaire ci-après).

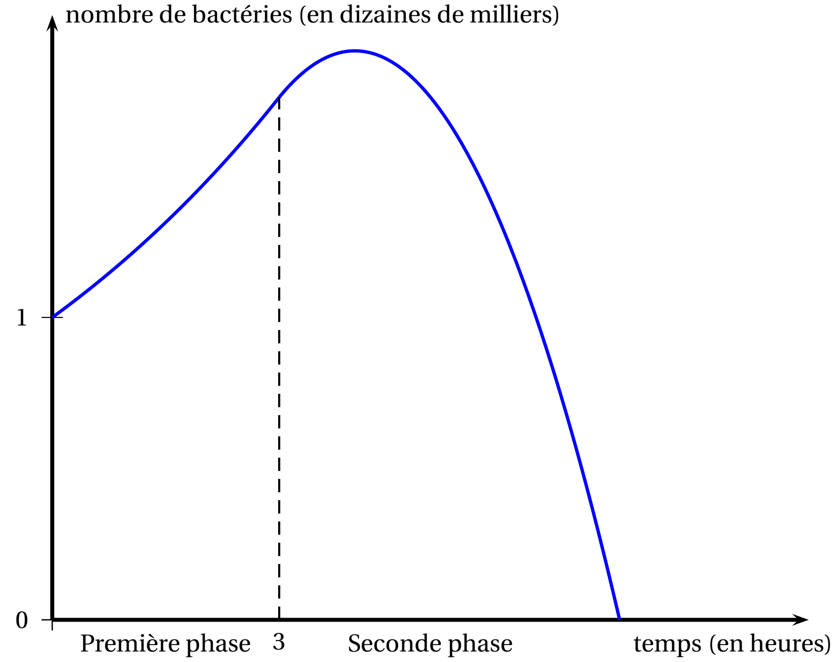
   **b.** En déduire une estimation du nombre total (arrondi à l'unité) de personnes qui auront contracté la maladie au cours des quinze années suivant son apparition (c'est-à-dire des années 2007 à 2021).

**Formulaire :**
**La somme de $p$ termes consécutifs d'une suite géométrique $(u_n)$, de raison $q$ différente de 1, se calcule de la manière suivante :**

$$\sum_{n=1}^{p} u_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_p = u_1 \times \frac{1-q^p}{1-q}$$

## EXERCICE 3 — 7 points

Dans un milieu de culture, une population bactérienne évolue en fonction du temps. Au début de l'étude, il y a 10 000 bactéries dans la culture. Au bout de 3 heures, on y introduit un puissant antibiotique.
Dans tout l'exercice, $t$ désigne le temps (exprimé en heures) écoulé depuis le début de l'étude.
Le graphique ci-dessous donne l'évolution du nombre de bactéries (exprimé en dizaines de milliers) en fonction de $t$.




**Partie A : étude de la première phase - avant introduction de l'antibiotique**

Au cours de la première phase, le nombre de bactéries (exprimé en dizaines de milliers), est donné en fonction de $t$ par :

$$f(t) = 1,2^t.$$

1. Donner, en justifiant, le sens de variation de $f$ sur l'intervalle $[0\,;\,3]$.
2. Déterminer par le calcul le nombre de bactéries présentes dans la culture au bout d'une heure et demie, puis au bout de trois heures.
   Les résultats seront arrondis à $10^{-3}$ près.

**Partie B : étude de la seconde phase - après introduction de l'antibiotique**

Après introduction de l'antibiotique, et tant qu'il reste des bactéries dans la culture, le nombre de celles-ci (exprimé en dizaines de milliers), est donné en fonction de $t$ par :

$$g(t) = -0,1536t^2 + 1,22881 - 0,576.$$

1. Calculer l'image de $7,5$ par la fonction $g$ puis interpréter le résultat obtenu.
2. Calculer $g'(t)$ pour $t$ appartenant à $[3\,;\,7,5]$, où $g'$ désigne la fonction dérivée de $g$.
3. Résoudre l'inéquation $g'(t) \geqslant 0$ dans l'intervalle $[3\,;\,7,5]$.
   En déduire les variations de $g$ sur $[3\,;\,7,5]$.
4. Que se passe-t-il au cours de la première heure suivant l'introduction de l'antibiotique ?
   Et au cours des trois heures et demie suivantes ?
5. L'introduction de l'antibiotique a-t-elle permis d'éviter que le nombre de bactéries n'atteigne 20 000 ? Justifier.