La méthode d'EULER

Il arrive que l'on connaisse la dérivée d'une fonction f et une valeur de cette fonction en un point ($f(x_0) = y_0$) sans connaître la formule explicite de f.
Dans un repère, on appelle C la courbe représentative de f.
A partir du point M_0 (x_0 ; y_0) connu de C, la méthode d' EULER permet de tracer une ligne polygonale qui représente approximativement la courbe C.

Principe :
On connaît une expression de $f'(x)$ et une condition initiale $f(x_0) = y_0$

- On place le point M_0 (x_0 ; y_0) . On connaît $f'(x_0)$ donc on connaît le coefficient directeur de la tangente à la courbe C au point M_0. On construit cette tangente.
- Pour un réel h proche de 0; le point d'abscisse $x_1 = x_0 + h$ de cette tangente a pour ordonnée

$\boldsymbol{y_1 = f(x_0) + h\, f'(x_0)}$ qui est donc une approximation de $f(x_0 + h)$. Ce point M_1 (x_1 ; y_1) est donc proche de la courbe C.

- A partir de M_1, on construit la droite de coefficient directeur $f'(x_1)$, puis le point M_2 de cette droite d'abscisse $x_2 = x_1 + h$.
- On recommence le procédé de construction pour obtenir d'autres points M_3 ; M_4 …… Les points M_n ont pour abscisse $x_n = x_{n-1} + h$ et pour ordonnée $y_n = y_{n-1} + h\, f'(x_{n-1})$.
- Les segments [M_n M_{n+1}] forment une ligne polygonale approchée de la courbe C. Cela dépend du nombre h appelé *pas* de la construction. Plus h est petit, meilleure est l'approximation.

Exercice : Soit f une fonction dérivable sur [0;1] telle que : $f(0) = 1$ et $f'(x) = x$ pour tout x de [0;1].
Appliquer la méthode d'EULER pour tracer dans un repère une ligne polygonale qui représente approximativement la courbe de f. Faire un pas h de 0,5, puis de 0,2.