2nd

Fonctions 5 : fonction inverse et fonction homographique

Objectifs : *Connaître les variations de la fonction inverse et la représenter.*
Identifier l'ensemble de définition d'une fonction homographique.
Retour sur le calcul algébrique, réduire au même dénominateur.
Résoudre : f(x) = k   f(x) < k
Tableau de signe d'un quotient.

1) La fonction inverse :

Définition : La fonction inverse est la fonction qui, à tout nombre réel x, (sauf la valeur 0), associe son inverse $\frac{1}{x}$. L'ensemble de définition de f est : $Df = \mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$

Si on note f la fonction, on a : $f : x \to \frac{1}{x}$, c'est-à-dire pour tout réel x (sauf la valeur 0) $f(x) = \frac{1}{x}$

Exemples :
$f(2) = 1/2 = 0,5$
$f(-5) = 1/-5 = -1/5 = -0,2$
$f(0)$ *impossible*

Remarque : 3 a pour image : 1/3   9 a pour antécédent : 1/9

Sens de variation : La fonction inverse est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$

Exercice 1 : Démontrer la propriété précédente.

Tableau de variation :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x) = \frac{1}{x}$		$\searrow$	$\|\|$	$\searrow$	

Définition et propriété : La courbe de la fonction inverse, s'appelle **une hyperbole**. Cette hyperbole est symétrique par rapport à l'origine du repère. Elle se rapproche des axes du repère, sans jamais les toucher. On dit que les axes sont des asymptotes à l'hyperbole.

Exercice 2 : Ecrire un tableau de valeurs de la fonction inverse sur] 0; 4] avec un pas de 0,25.

Tracer la courbe représentative de la fonction inverse sur papier millimétré.

Exercice 3 : Résoudre graphiquement : si $x \in [1;5]$ alors $\frac{1}{x} \in$; $\frac{1}{x} = \sqrt{3} \Leftrightarrow x =$

Si $-2 \leq x \leq -\frac{1}{10}$ alors $\frac{1}{x} \in$; $\frac{1}{x} = -\frac{1}{5} \Leftrightarrow x =$; Si $x > \frac{7}{3}$ alors $\frac{1}{x}$;

Si $0 < x < \frac{1}{7}$ alors

2) La fonction homographique :

Définition et propriété : La fonction f telle que $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ (a,b,d réels ; c réel non nul) est appelée **fonction homographique**. Son ensemble de définition est $\mathbb{R} - \left\{-\frac{d}{c}\right\}$.

Exercice 4 : Montrer que $f(x) = 2 - \frac{3}{x+4}$ est une fonction homographique dont vous déterminerez son ensemble de définition.

3) Equation avec des x au dénominateur :

- Chercher **l'ensemble de définition D** de l'équation. D = $\mathbb{R}$ - {valeurs interdites}
- Ecrire l'équation sous la forme ……….. = O (**EQUATION QUOTIENT**) puis réduire au même dénominateur puis supprimer le dénominateur (**propriété : une fraction est nulle si et seulement si son numérateur est nul**) OU faire le PRODUIT EN CROIX
- Factoriser ce qui reste.
- Ecrire que chaque facteur doit être nul.
- **Vérifier que les solutions trouvées ne sont pas des valeurs interdites**
- Ecrire l'ensemble des solutions S = {.........}

Exercice 5 : Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\frac{2x-3}{4x+1} = \frac{4x+1}{2x-3}$, puis vérifier en effectuant une résolution algébrique

4) Inéquation avec des x au dénominateur : (INEQUATION QUOTIENT)

Tableau de signes d'un quotient

- On dresse un tableau ayant autant de lignes que de facteurs
- On cherche les valeurs qui annulent chaque facteur du numérateur et du dénominateur (valeurs interdites)
- On place ces valeurs dans l'ordre croissant sur la $1^{ère}$ ligne du tableau
- On étudie le signe de chaque facteur
- On met des doubles barres pour les valeurs interdites, à la dernière ligne du tableau
- On applique la règle des signes

Résolution d'inéquation :

- Mettre l'inéquation sous la forme .. . . >0 ou ...... <0 (**NE PAS FAIRE LE PRODUIT EN CROIX**)
- Réduire au même dénominateur et ne pas le supprimer !
- Factoriser le numérateur et le dénominateur
- Faire **un tableau de signes** en mettant une ligne par facteur. Chercher valeurs particulières et interdites.
- Appliquer la règle des signes dans chaque colonne.
- Mettre les zéros sur la dernière ligne ainsi que les doubles barres (pour les valeurs interdites)
- Ecrire l'ensemble des solutions à l'aide des intervalles.

Exercice 6 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\frac{2x+1}{3+x} \leq \frac{2x+4}{x-5}$