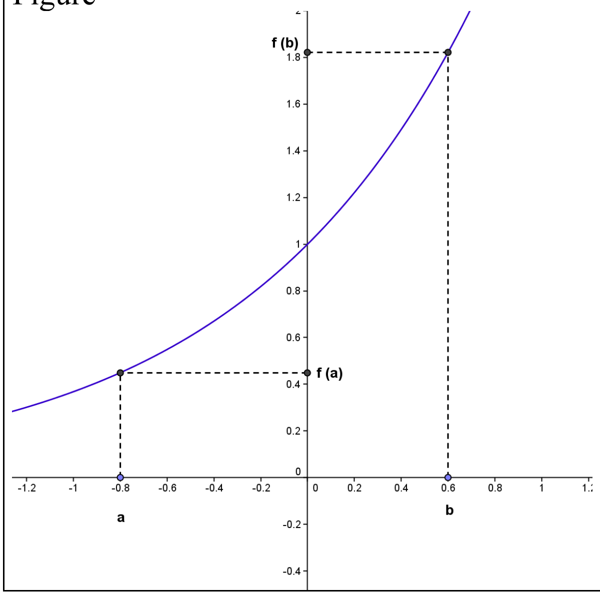
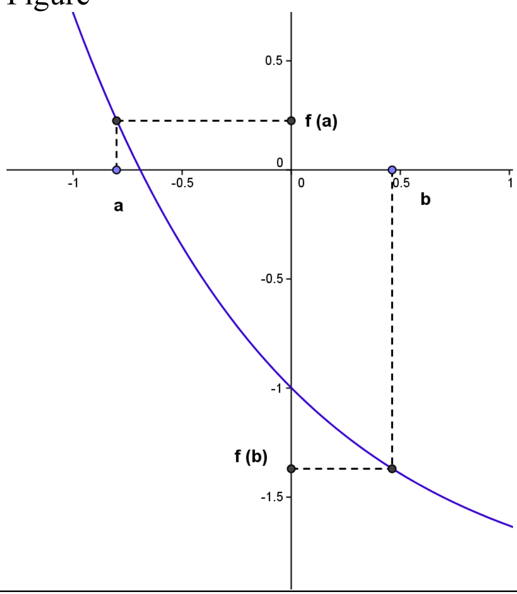
2nd
Fonctions 2

Objectifs : *Fonctions croissantes, fonctions décroissantes ; maximum, minimum d'une fonction sur un intervalle.*
Décrire, avec un vocabulaire adapté ou un tableau de variation, le comportement d'une fonction définie par une courbe.
Dessiner une représentation graphique compatible avec un tableau de variation.
Lorsque le sens de variations d'une fonction est donné par une phrase ou un tableau de variation, comparer les images de 2 nombres d'un intervalle.

1) Sens de variation d'une fonction

Fonction croissante, décroissante sur un intervalle

f est une fonction définie sur un intervalle I.

<table>
<tr><td>Dire que f est croissante sur I signifie que pour tous réels a et b de I :
si $a < b$ alors $f(a) \leq f(b)$.
Graphiquement : « La courbe monte ».</td><td>Dire que f est décroissante sur I signifie que pour tous réels a et b de I :
si $a < b$ alors $f(a) \geq f(b)$.
Graphiquement : « La courbe descend ».</td></tr>
<tr><td>Dire que f est strictement croissante sur I signifie que pour tous réels a et b de I :
si $a < b$ alors $f(a) < f(b)$.</td><td>Dire que f est strictement décroissante sur I signifie que pour tous réels a et b de I :
si $a < b$ alors $f(a) > f(b)$.</td></tr>
<tr><td>Figure

</td><td>Figure

</td></tr>
</table>

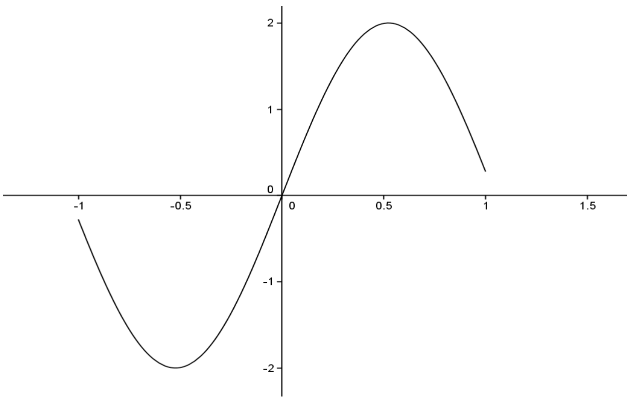
Les réciproques sont vraies.

On peut retenir : **Une fonction croissante conserve l'ordre des images, une fonction décroissante renverse l'ordre.**

Dire que f est **constante** sur I signifie que pour tous réels a et b de I : si $a < b$ alors $f(a) = f(b)$.

Dire que f est **monotone** sur I signifie que f est toujours soit croissante, soit décroissante, soit constante sur I.

<u>Exercice 1</u> : Décrire les variations de la fonction f définie par la courbe ci-contre.



2) Tableau de variation

Tableau résumant l'ensemble de définition (donné par la première ligne ou les doubles barres), le sens de variation (donné par des flèches) et les extremums d'une fonction.

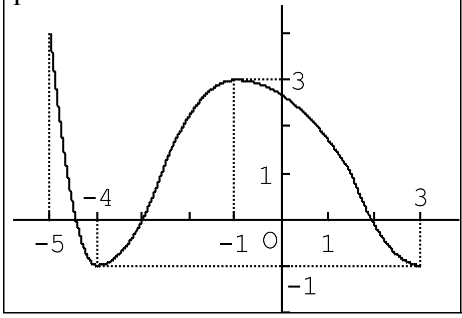
x	$-\infty$		0		1		5
$f(x)$			1		‖		3
		↗		↘	‖	↗	
	-2			$-\infty$	‖	$-\infty$	

Exercice 2 : 1) Dessiner une courbe pouvant correspondre à ce tableau des variations

2) a) Comparer $f(-2)$ et $f(-1)$
b) Comparer $f(0)$ et $f(0{,}5)$
c) Comparer $f(-2)$ et $f(0{,}5)$
d) Comparer $f(-2)$ et $f(5)$
e) Comparer $f(-2)$ et $f(2)$
f) Comparer $f(1{,}2)$ et $f(5)$

Etude du sens de variation d'une fonction définie par sa courbe représentative

• fonction f définie sur [-5 ; 3] par sa courbe :



• sens de variation de f :
La fonction f est :
- strictement décroissante sur [-5 ; -4] ;
- strictement croissante sur [-4 ; -1] ;
- strictement décroissante sur [-1 ; 3].

• **Tableau de variation de *f***
On résume ainsi les informations obtenues ci-contre :

x	-5		-4		-1		3
$f(x)$	4	↘	-1	↗	3	↘	-1

3) Extremum d'une fonction

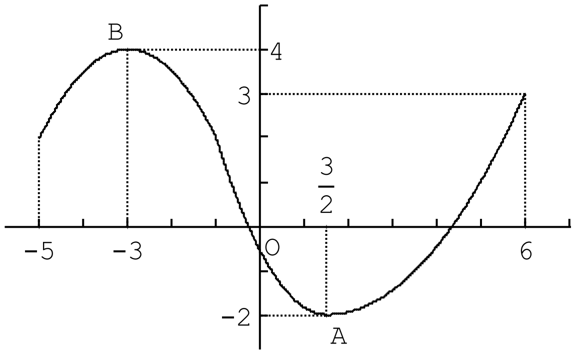
maximum et minimum d'une fonction

f est une fonction, I un intervalle inclus dans son domaine de définition et a un réel de I.

• Dire que $f(a)$ est le **minimum** de f sur I signifie que $f(a)$ est la plus petite valeur de la fonction : pour tout réel x de I, $f(x) \geq f(a)$.

• Dire que $f(a)$ est le **maximum** de f sur I signifie que $f(a)$ est la plus grande valeur de la fonction : pour tout réel x de I, $f(x) \leq f(a)$.

Exemple : Le minimum sur l'intervalle [-5 ; 6] de la fonction f représentée ci-contre est -2. Il est obtenu lorsque $x = \frac{3}{2}$. En effet, A est le point le plus « bas » de la courbe.
Le maximum sur l'intervalle [-5 ; 6] est 4. Il est obtenu lorsque $x = -3$. En effet, B est le point le plus « haut » de la courbe.
Si I = D_f , on parle de maximum ou de minimum **absolu** ou global.
Si I $\subset D_f$, on parle de maximum ou de minimum **relatif** ou local.



Exercice 3 : Déterminer le maximum et le minimum de la fonction f donnée par la courbe de l'exercice 1.

Pour prouver qu'un nombre E est un extremum,
on peut chercher à déterminer le signe de $f(x) - E$.

Exercice 4 : Montrer que 3 est un minimum pour la fonction définie par $f(x) = x^2 + 2x + 4$