Correction DC1 Mathématiques seconde 2005

Exo 1 : ***(3 points)***

0,5 bonne réponse **1)** C **2)** A **3)** C **4)** B **5)** C **6)** A

0 si mauvaise réponse, absence, réponses multiples

Exo 2 : ***(5,5 points)***

0,5	**1)** $D_f = [-7;8]$
0,5	**2)** image de -1 par *f* : $f(-1)=1$
0,5	**3)** $f(6) \simeq 4$
0,5=2×0,25	**4)** Les antécédents de 2 par *f* sont : -4 ; 0 et 6,5
0,5	**5)** -4 n'a pas d'antécédents par *f*.
0,5 ***(0 si** $[1;6]$**)***	**6)** $f(x)=4$ $S=\{1;6\}$
0,5 (0,25 si erreur crochet)	**7)** $f(x)<0$ $S=[-7;-6[\cup]7;8]$
0,5 (0,25 si manque 1 réponse)	**8)** *f* admet un maximum qui vaut 6 pour $x=4$.
0,5(0,25 si manque 1 réponse)	**9)** *f* admet un minimum qui vaut -3 pour $x=8$.

10)

x	-7		-4		-1		4		8
f	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	6	$\searrow$	-3

1pt $=\begin{cases} \textit{0,5 flèches} \\ \textit{0,5 valeurs x et y} \end{cases}$

Exo 3 : ***(4,5 points)***

$0,5 = \underbrace{\text{formule}}_{0,25} + \underbrace{\text{réponse}}_{0,25}$	**1)** K milieu de [BC] : $K\begin{pmatrix} \dfrac{x_B+x_C}{2} \\ \dfrac{y_B+y_C}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{6+3}{2} \\ \dfrac{4+8}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{9}{2} \\ 6 \end{pmatrix}$ donc **K(4,5 ; 6)**
1,5=2× 0,75	**2)** $\mathbf{AB} = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2} = \sqrt{(6-2)^2+(4-1)^2} = \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = \mathbf{5}$
$\underbrace{\text{formule}}_{0,25} + \underbrace{\text{calcul}}_{0,25} + \underbrace{\text{réponse}}_{0,25}$ *(enlever 0,25 si erreur du style* $AB^2=\sqrt{25}=5$ ou $AB=25=5$*)*	$\mathbf{BC} = \sqrt{(3-6)^2+(8-4)^2} = \sqrt{(-3)^2+4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = \mathbf{5}$
$0,5 = \underbrace{\text{isocèle } \textbf{en B}}_{0,25} + \underbrace{\text{justification}}_{0,25}$	**3)** on a AB=BC=5 donc **ABC est un triangle isocèle en B.**
1pt	**4)** Si ABCD est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

Or $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B-x_A \\ y_B-y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-2 \\ 4-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} x_C-x_D \\ y_C-y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-x_D \\ 8-y_D \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4=3-x_D \\ 3=8-y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=3-4 \\ y_D=8-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=-1 \\ y_D=5 \end{cases}$ donc **D(-1;5)**

1pt	**5)** $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AI}\begin{pmatrix}x_I-x_A\\y_I-y_A\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}12-2\\8,5-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\7,5\end{pmatrix}$ Relation de colinéarité : $4\times7,5-3\times10=30-30=0$ Les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires, alors **les points A, B et I sont alignés.**

Exo 4 : ***(3 points)***

0,5	**1)** figure
1pt	**2)** construction du point M tel que $\overrightarrow{BM}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$
1pt : relation vectorielle Correctement montrée *0,5 : placer N*	**3)** $8\overrightarrow{NB}+3\overrightarrow{NA}=\vec{0}$ $\Leftrightarrow 8\left(\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{AB}\right)+3\overrightarrow{NA}=\vec{0}$ $\Leftrightarrow 8\overrightarrow{NA}+8\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{NA}=\vec{0}$ $\Leftrightarrow 11\overrightarrow{NA}+8\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ Placer N. $\Leftrightarrow 8\overrightarrow{AB}=11\overrightarrow{AN}$ $\Leftrightarrow \boldsymbol{\overrightarrow{AN}=\frac{8}{11}\overrightarrow{AB}}$

Exo 5 : ***(4 points)***

0,5 : construction plg + pt I	**1)** figure
1,5	**2)** I est tel que C milieu de [AI] Donc $AC=\frac{1}{2}AI=CI$ (1) O centre du parallélogramme ABCD donc O milieu des diagonales donc O milieu de [AC] Donc $OC=\frac{1}{2}AC$ (2) (1) + (2) : $OC=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}CI$ donc $CI=2OC$ Or OI = OC + CI car $\begin{cases}\text{C milieu de}[AI]\\\text{O milieu de}[AC]\end{cases}$ donc C, O, I alignés Donc OI = OC + 2OC = 3OC donc $\boldsymbol{OC=\frac{1}{3}OI}$
0,5 : C centre de gravité	**3)** O est aussi le milieu de [BD] (car centre du parallélogramme) donc (OI) est une médiane du triangle BDI car elle joint un sommet au milieu du côté opposé.
1pt : justification	De plus on sait que le centre de gravité d'un triangle est situé au $\frac{2}{3}$ à partir du sommet sur une médiane ou à $\frac{1}{3}$ à partir de la base. Or $OC=\frac{1}{3}OI$ et (OI) médiane de BDI. Donc **C est le centre de gravité du triangle BDI.**
0,5	**4) La droite (BC)** passe par un sommet de BDI et par son centre de gravité, c'est donc une médiane du triangle BDI. Elle **coupe alors le côté opposé [DI] en son milieu** par définition de la médiane.