

Problème (10 points)

Dans tout le problème, on note I l'intervalle de \mathbb{R} défini par $I =]0; +\infty[$.

Partie A

Soit g la fonction définie sur l'intervalle I par $g(x) = x^2 - 2\ln x + 2$.

1. Pour tout réel x de l'intervalle I , déterminer $g'(x)$ puis étudier le signe de $g'(x)$ sur l'intervalle I .
2. Dresser le tableau des variations de la fonction g sur l'intervalle I (les limites ne sont pas demandées).
3. En déduire que, pour tout réel x de l'intervalle I , on a $g(x) > 0$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur l'intervalle I par :

$$f(x) = \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{2}x - 1$$

On note C sa courbe représentative dans le repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité graphique 4 centimètres.

1.
 - a. Déterminer la limite de la fonction f en 0.
 - b. En déduire l'existence d'une droite asymptote à la courbe C , notée D , dont on précisera une équation.
2.
 - a. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
 - b. Montrer que la droite Δ d'équation $y = \frac{1}{2}x - 1$ est asymptote à la courbe C au voisinage de $+\infty$.
 - c. Préciser la position relative de la courbe C et de la droite Δ .
3.
 - a. Montrer que, pour tout réel x , $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$.
 - b. En déduire le tableau complet des variations de la fonction f sur l'intervalle I .

Baccalauréat technologique sciences et technologies industrielles	Session 2011
Génie électronique, génie électrotechnique, génie optique	Mathématiques
Repère de l'épreuve : 11MAI3NC1	Page 4/6

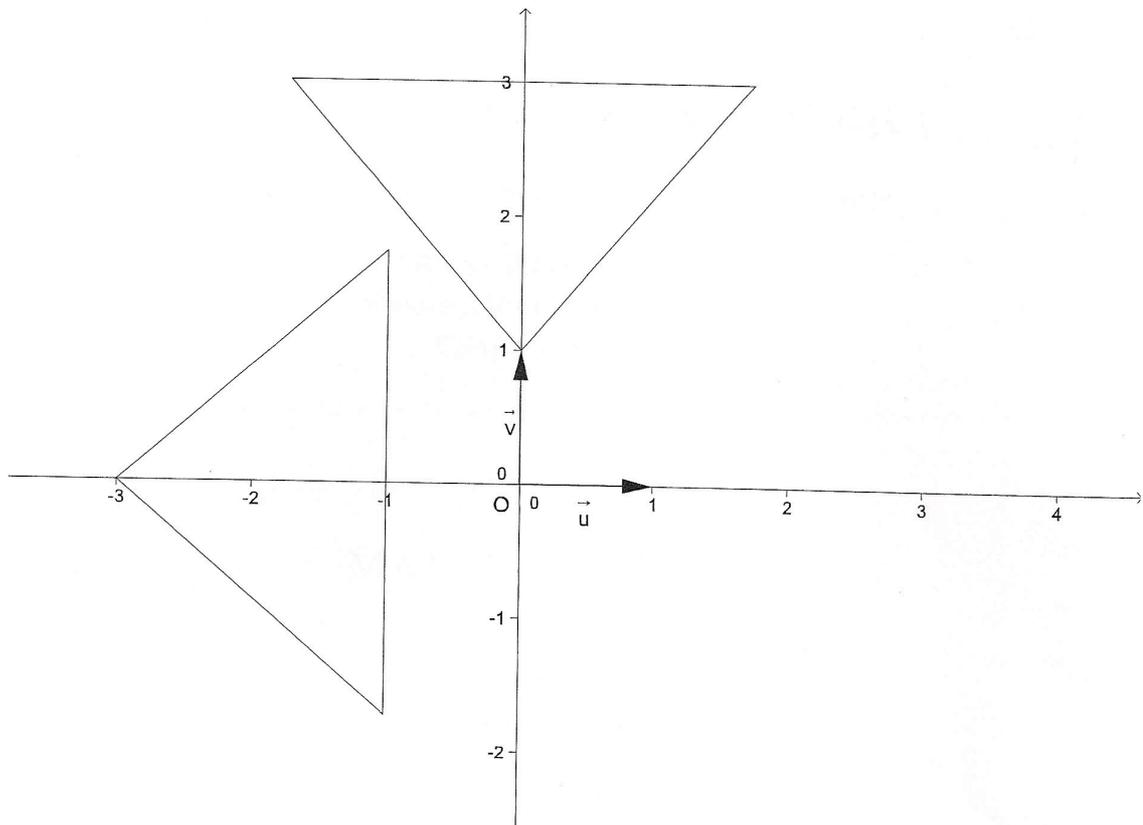
4. a. Calculer les images de 1 et de 2 par la fonction f .
b. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution notée α dans l'intervalle $[1; 2]$.
c. Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.
5. Établir une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 1.
6. Tracer les droites D , Δ et T puis la courbe C .

Partie C

1. Soit h la fonction définie sur l'intervalle I par $h(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$.
Calculer $h'(x)$.
2. En déduire que $\int_2^e \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}(1 - (\ln 2)^2)$.
3. On considère l'aire A de la partie du plan délimitée par la courbe C , son asymptote Δ et les droites d'équation $x = 2$ et $x = e$. Déduire de la question précédente une valeur approchée de A en centimètres carrés à 10^{-2} près.

Baccalauréat technologique sciences et technologies industrielles	Session 2011
Génie électronique, génie électrotechnique, génie optique	Mathématiques
Repère de l'épreuve : 11MAI3NC1	Page 5/6

Annexe : à rendre avec la copie



Baccalauréat technologique sciences et technologies industrielles	Session 2011
Génie électronique, génie électrotechnique, génie optique	Mathématiques
Repère de l'épreuve : 11MAI3NC1	Page 6/6