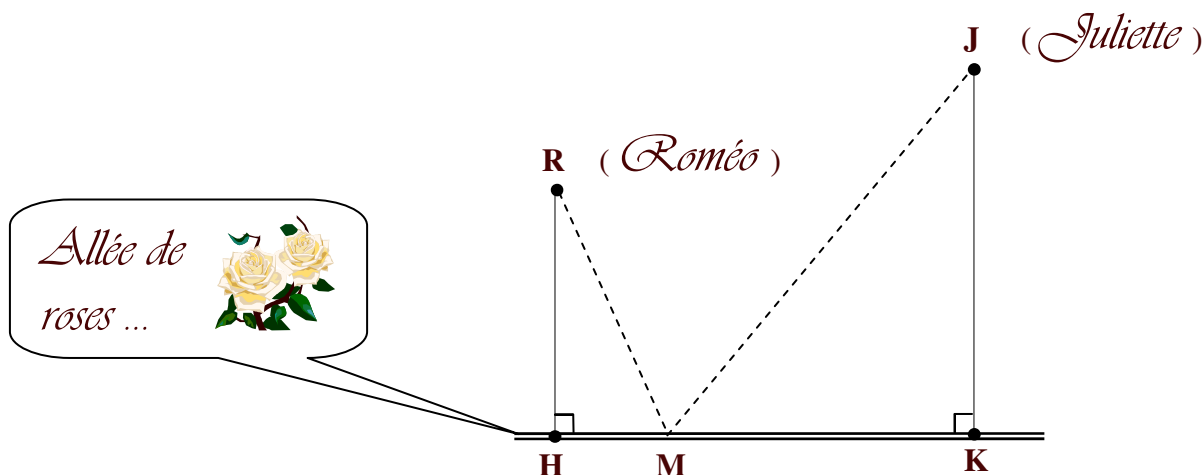


CHEMINS MINIMAUX

Roméo et Juliette

Roméo souhaite aller au plus vite offrir une rose à sa bien-aimée Juliette.

La situation est schématisée de la façon suivante avec $HR = 5$ m, $KJ = 7$ m et $HK = 18$ m.



Traduction mathématique du problème

On cherche le chemin de longueur minimale qui permet d'aller de R en J en passant par un point M du segment [HK].

L'objectif est donc de déterminer la position du point M sur [HK], autrement dit la longueur HM, pour que la distance $RM + MJ$ soit minimale.

Construction de la figure à l'aide du logiciel GEOPLAN

☞ Dans le dossier **Commun / Maths**, ouvrez le logiciel **GeoplanGeospace**.

☞ Dans le menu **Fichier**, choisir **Ouvrir une figure du plan**.

☞ Ouvrir le document **Roméo**.

☞ Créer le point libre M sur le segment [HK].

Créer ▷ Point ▷ Point libre ▷ Sur un segment.

☞ Créer les segments [RM] et [MJ].

Créer ▷ Ligne ▷ Segment(s) ▷ Définis par deux points.

☞ Créer la valeur numérique $x = HM$.

Créer ▷ Numérique ▷ Calcul géométrique. ▷ Longueur d'un segment

Et valider l'écran ci-contre :

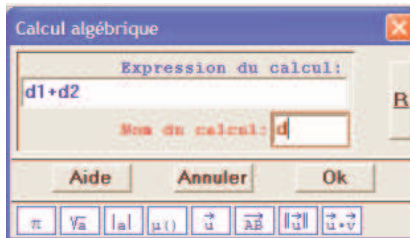


☞ Créer les valeurs numériques $d_1 = RM$ et $d_2 = MJ$.

☞ Créer la valeur numérique $d = d_1 + d_2$.

Créer ▷ Numérique ▷ Calcul algébrique

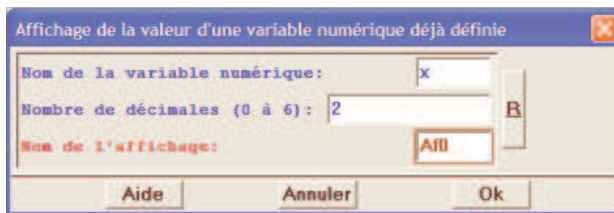
Et valider l'écran ci-contre :



☞ Créer l'affichage du scalaire x avec 2 décimales.

Créer ▷ Affichage ▷ Variable numérique déjà définie

Et valider l'écran ci-contre :



☞ Créer l'affichage du scalaire d avec 6 décimales.

Exploitation de la figure

1) Déplacer le point M sur le segment [HK].

a) Que peut-on dire de la longueur du trajet effectué par Roméo.

.....

b) Dans quel intervalle varie la longueur HM ?

.....

2) Donner la longueur du trajet effectué par Roméo lorsque HM = 3 m, lorsque HM = 16 m..

.....

Recherche de la solution à l'aide d'une méthode analytique

On pose $x = HM$.

1) Dans quel intervalle varie x ?

2) a) Calculer la distance RM en fonction de x .

b) Calculer la distance MJ en fonction de x .

c) En déduire que la longueur du trajet en fonction de x est donnée par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 25} + \sqrt{x^2 - 36x + 373} .$$

- 3) Tracer la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé d'unité 1 cm sur l'axe des abscisses et 4 cm sur l'axe des ordonnées (on commencera les graduations de l'axe des ordonnées à 20).
- 4) En déduire la valeur de x pour que le trajet soit de longueur minimale.
Calculer alors une valeur approchée à 10^{-3} près de la longueur du trajet effectué par Roméo.