REPERAGE SUR LA SPHERE

RECHERCHE D'UN PLUS COURT CHEMIN

HISTORIQUE

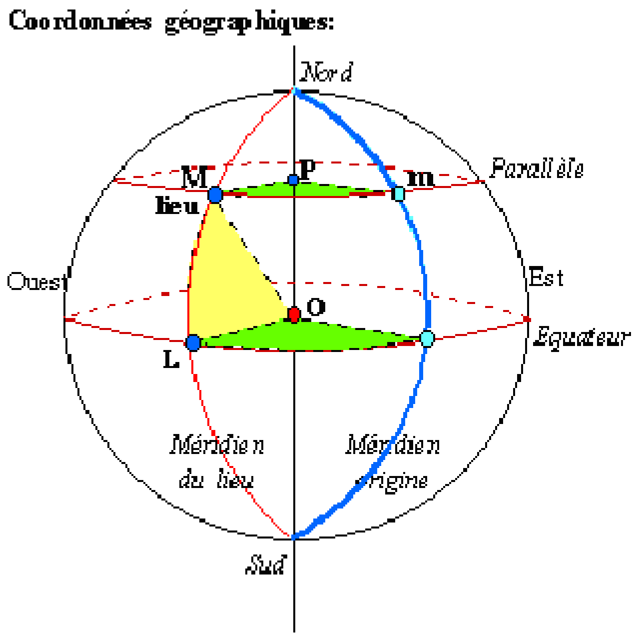
IV^{e} siècle av J.-C.	ANAXIMANDRE (à Milet) est l'introducteur du gnomon en Grèce.
II^{e} siècle av J.-C.	HIPPARQUE DE NICEE construit un instrument de navigation appelé astrolabe. Il lance l'idée d'un quadrillage par méridiens et parallèles et mesure les coordonnées géographiques de plusieurs points.
II^{e} siècle	PTOLEMEE (à Alexandrie) calcule la longitude et la latitude de 8 000 points et publie un guide géographique copié pendant des siècles.
V^{e} siècle	Les astronomes et géographes arabes perfectionnent les instruments de mesure et prolongent la tradition grecque.
1714	Apparition du premier chronomètre de marine permettant une bonne détermination de la longitude en mer.
1730	Le mathématicien anglais John Hadley et l'inventeur américain Thomas Godfrey inventent en même temps et indépendamment le sextant.
1945	Les systèmes hyperboliques permettent par émission de signaux radio de connaître sa position avec une précision de l'ordre de la centaine de mètres.
1980	Le système GPS, mis en place pour l'armée des USA, permet de connaître sa position avec une précision de quelques mètres (fonctionnement en PPS) ou d'une centaine de mètres (fonctionnement en SPS).

Au cours de cette étude, la Terre est assimilée à une sphère $\mathcal{S}$ de centre O.

I. REPERAGE SUR LA SPHERE TERRESTRE.

Les pôles N et S sont les deux extrémités d'un diamètre de $\mathcal{S}$.

Considérons un point M, distinct de N et de S, sur la surface terrestre.



1. Définir le méridien $\mathtt{M}$ de M.
   Définir le méridien de Greenwich.

2. Définir le parallèle $\mathtt{P}$ de M.

   Définir l'équateur terrestre $\mathcal{E}$.

3. On note A l'intersection du méridien de M et de l'équateur.
   a. Comment caractérise-t-on la latitude de M ?
   b. Quelle est la latitude d'un point de l'équateur ?
   c. Quel est l'ensemble de tous les points de la surface terrestre ayant même latitude que M ?

4. On note G le point d'intersection de l'équateur et du méridien de Greenwich.
   a. Comment caractérise-t-on la longitude de M ?
   b. Quelle est la longitude d'un point du méridien de Greenwich ?
   c. Quel est l'ensemble de tous les points de la surface terrestre qui ont même longitude que le point M ?

5. Définir les coordonnées géographiques de M.

6. Définir l'antipode d'un lieu.

II. RECHERCHE D'UN PLUS COURT CHEMIN.

Tous les résultats seront arrondis à l'unité près.

Préliminaire

Sachant que l'équateur mesure environ 40 034 km,

1. Déterminer le rayon de la Terre.
2. Déterminer la longueur d'un méridien.

Cas d'Anchorage et de Saint-Petersbourg

1. Trouver les coordonnées géographiques d'Anchorage et de Saint-Petersbourg.
   Nous noterons respectivement G et P ces deux villes.
2. Expliquez pourquoi Anchorage et Saint-Petersbourg appartiennent à un même parallèle terrestre P.
   On appelle I le centre du cercle P.
3. Expliquez comment on voit que ces deux villes sont diamétralement opposées sur ce même parallèle.

Deux trajets possibles d'Anchorage à Saint-Petersbourg en avion :

Les calculs qui sont proposés ne tiennent pas compte des vents ni des
interdiction de survol de certaines régions.

Trajet 1 : L'avion se déplace en passant par le pôle Nord.

L'avion suit successivement le méridien d'Anchorage
puis celui de Saint-Petersbourg.

1. Déterminer la mesure de l'angle GOP.
2. Sachant que :
   « Sur un cercle, la mesure en degrés d'un angle au centre
   est proportionnelle à la mesure de l'arc qu'il intercepte »,
   déterminer la longueur du trajet 1 en avion.

Trajet 2 : L'avion se déplace en suivant le 60$^{\text{ème}}$ parallèle.

1. Déterminer la mesure de l'angle OPI.

3. Déterminer le rayon IP du 60$^{\text{ème}}$ parallèle.

4. En déduire la longueur du trajet 2 en avion.

Cas de Bucarest et de Montréal.

1. Trouver les coordonnées géographiques de Bucarest et de Montréal.
   Nous noterons respectivement B et M ces deux villes.

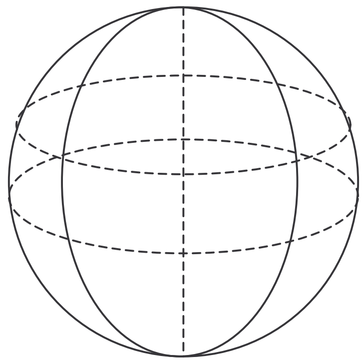
2. Expliquez pourquoi Bucarest et Montréal appartiennent à un même parallèle terrestre P.
   On appelle I le centre du cercle P.

Trois trajets possibles de Montréal à Bucarest en avion :

<u>Rappel</u> : *« Sur un cercle, la mesure en degrés d'un angle au centre est proportionnelle à la mesure de l'arc qu'il intercepte »,*

Trajet 1 : L'avion se déplace en passant par le pôle Nord.

L'avion suit successivement le méridien de Montréal puis celui de Bucarest.



1. Déterminer la mesure de l'angle BON.
2. En utilisant le préliminaire et le rappel, calculer la longueur de l'arc BN.
3. De la même façon, calculer la longueur de l'arc NM.
4. En déduire la longueur du trajet 1.

Trajet 2 : L'avion se déplace en suivant le 45ème parallèle.

1. Déterminer la mesure de l'angle BOI.
   En déduire le rayon IB du 45ème parallèle.
2. Déterminer la mesure de l'angle BIM.
3. En utilisant le rappel, calculer la longueur du trajet 2 en avion.

Trajet 3 : L'avion se déplace en suivant l'arc de cercle de centre O passant par B et M.

1. Déterminer la mesure de l'angle BOM.
2. En utilisant le rappel et le préliminaire, calculer la longueur du trajet 3.

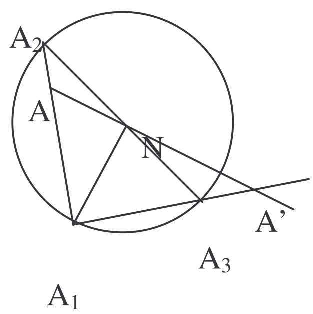
Ligne géodésique

1. Définir une ligne géodésique entre deux points A et B d'une surface.
2. Quelle est la ligne géodésique reliant Anchorage et Saint-Petersbourg ?
3. Quelle est la ligne géodésique reliant Bucarest et Montréal ?

III. Tracer le chemin le plus court

Représentation sur la carte stéréographique.

1. Placer sur la carte stéréographique Bucarest et Montréal.
2. Déterminer les coordonnées géographiques des points situés aux antipodes de Bucarest et de Montréal.
3. La figure ci-contre montre comment l'on construit, sur une carte stéréographique l'antipode du point A.
   Décrire comment, à partir du point A, on obtient le point A'.



4. En utilisant cette construction, placer sur la carte stéréographique le point M' antipode de M.
5. Tracer le cercle circonscrit au triangle BMM'.
   On obtient ainsi le plus court chemin entre B et M.
6. Quelle est, sur cette trajectoire, la latitude du point de longitude 20° W ?

Représentation sur la carte de Mercator

1. Placer sur la carte de Mercator les points B et M.
2. Reporter sur la carte de Mercator le point A de longitude 20° W obtenu à la partie précédente.
3. Le chemin le plus court entre B et M est-il une ligne droite. Justifier la réponse.
4. Tracer à main levée le chemin le plus court entre B et M

Le chemin le plus court sur une carte de Mercator n'est pas un arc de cercle, on l'appelle orthodromie.