

Classe de Terminale S. Fiche 1 d'activité MENTALE.

THEME : Limites et dérivées

COMMENT TRAVAILLER avec cette FICHE ?

Cette fiche contient 2 séries "d'auto-entraînement". Il est conseillé d'en travailler une par semaine pour assurer un bon apprentissage. Pour chaque série, appliquer les consignes ci-dessous :

- 1) *Cacher les réponses.*
- 2) *Réviser le cours concernant ce thème, ainsi que les tables d'addition et de multiplication !*
- 3) *Prendre une feuille de brouillon et la préparer en la numérotant de 1) à 10).*
- 4) *Sans poser l'opération, sans calculatrice, répondre à chaque calcul proposé, sans dépasser un temps indicatif de 15 min par série.*
- 5) *Compter un point par bonne réponse, en regardant la correction, corriger les erreurs (chercher à les comprendre), écrire alors la note obtenue sur 10.*
- 6) **Le contrôle, en classe, est calqué sur les 2 séries d'entraînement. Bon courage !**

Série 1

1. Donner les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 6x - 3}{x^2} ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} - 2x}{x+1} ;$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x^2} ; \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2}$$

2. Dériver la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x}.$$

3. Exprimer, en fonction de la limite du taux de variation de f , $f'(2)$ (si elle existe).

4. Donner l'asymptote oblique en $+\infty$ à la courbe représentative de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{2}{x-1} + 3x + 1$$

5. Donner l'asymptote verticale à la courbe représentative de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{3}{x+1}$$

6. Donner l'asymptote horizontale en $+\infty$ à la courbe représentative de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{10x^2 + 1}{2x^2 - 3x}$$

7. Etudier le signe de $(x+5)(-3x+1)$.

8. Etudier le signe de $2x^2 - 3x + 1$.

9. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = \frac{4x^2 - 2x + 1}{x-2}.$$
 Déterminer a , b et c tels

que $f(x)$ puisse se mettre sous la forme

$$f(x) = \frac{a}{x-2} + bx + c.$$

10. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = x^2 - 5x + 2.$$
 Etudier la position de la courbe de f par rapport à la droite d'équation $y = -5x + 2$.

Série 2

1. Donner les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x + 3}{3x} ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{\sqrt{x}-x} ; \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x^2 - 1}$$

$$; \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-x^2}{x+1}$$

2. Dériver la fonction f définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = (2x^2 + x) \times x.$$

3. Exprimer, en fonction de la limite du taux de variation de f , $f'(-1)$ (si elle existe).

4. Donner l'asymptote oblique en $+\infty$ à la courbe représentative de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{1}{x-1} + x - 1$$

5. Donner l'asymptote verticale à la courbe représentative de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{-5}{x-1}$$

6. Donner l'asymptote horizontale en $+\infty$ à la courbe représentative de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{-4x^2 + 1}{x^2 - 3x}$$

7. Etudier le signe de $(-x+5)(x+1)$.

8. Etudier le signe de $-3x^2 + 2x + 1$.

9. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x+1}.$$
 Déterminer a , b et c tels

que $f(x)$ puisse se mettre sous la forme

$$f(x) = \frac{a}{x+1} + bx + c.$$

10. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = -\sqrt{x} + x - 2.$$
 Etudier la position de la courbe de f par rapport à la droite d'équation $y = x - 2$.

Correction série 1

1. 2; -2; $-\infty$; 0.
2. $f'(x) = 1$.
3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.
4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (3x+1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x-1} = 0$
donc la droite d'équation $y = 3x+1$
5. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \infty$ donc la droite d'équation $x = -1$
6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$ donc la droite d'équation $y=5$
- 7.
- 8.
9. $a=13$; $b=4$; $c=6$.
10. $f(x) - (-5x+2) = x^2$ qui est toujours positif donc la courbe de f est toujours au dessus de la droite.

Correction série 2

1. $-\infty$; -1; en $1^{+\epsilon}$, $+\infty$ et en $1^{-\epsilon}$, $-\infty$; 2.
2. $f'(x) = 6x^2+2x$.
3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x+1}$.
4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x-1} = 0$
donc la droite d'équation $y = x-1$
5. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$ donc la droite d'équation $x = 1$
6. La droite d'équation $y = -4$ car $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -4$
- 7.
- 8.
9. $a=4$; $b=1$; $c=-3$.
10. $f(x) - (x-2) = -\sqrt{x}$ qui est toujours négatif donc la courbe de f est toujours au dessous de la droite.