

Classe de Terminale S. Fiche 3 d'activité MENTALE.

THEME : Trigonométrie, Nombres complexes

Série 1

1. Exprimer $\cos(a+b)$ en fonction de $\cos a$, $\cos b$, $\sin a$ et $\sin b$. En déduire $\cos 2a$.
2. Donner l'équation du plan de vecteur normal \vec{n} $(0 ; 2 ; 0)$ et passant par $A(1 ; 1 ; 1)$.
3. Donner la distance du point $A(0 ; -1 ; 1)$ au plan $(P) : x - y + z + 1 = 0$.
4. Résoudre dans \mathbb{R} $\sin(2x-1) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
5. Calculer la dérivée de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \sin(2x - 1)$.
6. Donner la limite en 0 de la fonction f définie par $f(x) = \frac{\cos x - 1}{x}$.
7. Donner la forme algébrique de $z = \frac{1+i}{2-i}$.
8. Calculer le module de $z = \frac{1}{2+i}$.
9. La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \cos(3x) - \sin(2x)$ est-elle périodique de période 2π ? De période π ?
10. Résoudre dans \mathbb{C} , $x^2 + 2x + 2 = 0$.

Correction

1. $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
d'où $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$
2. $2y - 2 = 0$
3. $\sqrt{3}$
4. $2x - 1 = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ ou $2x - 1 = 3\frac{\pi}{4} + 2k\pi$
d'où $x = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{2} + k\pi$ ou $x = 3\frac{\pi}{8} + \frac{1}{2} + k\pi$
5. $f'(x) = 2 \cos(2x - 1)$
6. 1 (en utilisant le nombre dérivé)
7. $z = \frac{1}{5} + \frac{3i}{5}$
8. $|z| = \frac{\sqrt{5}}{5}$
9. 2π périodique mais pas π périodique
10. $S = \{-1 - i ; -1 + i\}$

Série 2

1. Exprimer $\sin(a+b)$ en fonction de $\cos a$, $\cos b$, $\sin a$ et $\sin b$. En déduire $\sin 2a$.
2. Donner l'équation du plan de vecteur normal \vec{n} $(1 ; -1 ; 0)$ et passant par $A(0 ; 0 ; -1)$.
3. Donner la distance du point $A(2 ; 0 ; 1)$ au plan $(P) : 2y + z + 2 = 0$.
4. Résoudre dans \mathbb{R} $\cos(3x+2) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
5. Calculer la dérivée de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \cos(1 - x)$.
6. Donner la limite en 0 de la fonction f définie par $f(x) = \frac{\sin x}{x}$.
7. Donner la forme algébrique de $z = \frac{2i-1}{i+1}$.
8. Calculer le module de $z = \frac{1}{1-i}$.
9. La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \cos(2x) - \sin(4x)$ est-elle périodique de période 2π ? De période π ?
10. Résoudre dans \mathbb{C} , $x^2 + x + 1 = 0$.

Correction

1. $\sin(a+b) = \cos a \sin b + \sin a \cos b$
d'où $\sin 2a = 2 \cos a \sin a$
2. $x - y = 0$
3. $\frac{3}{\sqrt{5}}$
4. $3x + 2 = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ou $3x + 2 = \frac{-\pi}{6} + 2k\pi$
d'où
 $x = \frac{\pi}{18} - \frac{2}{3} + \frac{2k\pi}{3}$ ou $x = \frac{-\pi}{18} - \frac{2}{3} + \frac{2k\pi}{3}$
5. $f'(x) = \sin(1 - x)$
6. 1 (en utilisant le nombre dérivé)
7. $z = \frac{1}{2} + \frac{3i}{2}$
8. $|z| = \frac{\sqrt{2}}{2}$
9. 2π périodique et π périodique
10. $S = \left\{ \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} ; \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} \right\}$