

## Simulation d'un tirage de boules dans des urnes

### Énoncé

On dispose de deux urnes U et V contenant des boules indiscernables au toucher. L'urne U contient dix boules numérotées de 1 à 10. L'urne V contient dix boules numérotées de 0 à 9. Un jeu se déroule de la manière suivante : le joueur verse une mise initiale de 100 jetons, puis il tire au hasard une boule dans l'urne U et une boule dans l'urne V de façon indépendante. Chaque boule portant un numéro inférieur ou égal à 4 rapporte  $a$  jetons où  $a$  est un naturel non nul, le tirage d'une autre boule ne rapporte ni ne fait perdre aucun jeton. On regarde à l'issue de ce jeu le gain algébrique (gain ou perte) compté en jetons.

#### Partie A

1. On simule 1000 exécutions du jeu sur un tableur. On fixe dans un premier temps  $a = 150$ .

(a) Réaliser une feuille de calcul sur le modèle suivant :

	A	B	C	D
1	Rang du tirage	Numéro de la boule tirée dans l'urne U	Numéro de la boule tirée dans l'urne V	Gain algébrique
2	1			
3	2			
⋮	⋮			
1001	1000			

Appeler l'examineur pour vérifier la feuille de calcul.

(b) Déterminer la moyenne des gains obtenus lors de cette simulation.

(c) À l'aide d'autres simulations, conjecturer la valeur vers laquelle semble tendre la moyenne des gains obtenus.

Appeler l'examineur pour vérifier la démarche et la conjecture.

2. On souhaite faire varier la valeur de  $a$ .

(a) Adapter la feuille de calcul pour obtenir des simulations en fonction de  $a$ .

(b) Est-il possible de donner une valeur à  $a$  qui paraisse rendre le jeu équitable ?

Appeler l'examineur pour vérifier la démarche et la conjecture.

#### Partie B

3. Soit  $X$  la variable aléatoire donnant le gain algébrique à l'issue d'un tirage.

(a) Déterminer l'espérance de  $X$  en fonction de  $a$ .

(b) Est-il possible de trouver  $a$  afin que le jeu soit équitable ?

(c) Comparer le résultat avec les conjectures obtenues dans la Partie A.

### Production demandée

- Visualisation à l'écran de la feuille de calcul.
- Réponses argumentées pour les questions posées en 3.(a), 3.(b) et 3.(c).

## Quelques commentaires personnels sur la fiche 089 2009

### << Simulation d'un tirage... >>

Logiciel utilisé : Excel

rang du tirage	n°U	n°V	Gain algébrique	a
1	7	0	50	150
2	7	5	-100	
3	8	9	-100	
4	1	7	50	
5	9	4	50	
6	1	5	50	
7	2	6	50	
8	7	6	-100	
9	9	9	-100	
10	7	5	-100	
11	1	0	200	
12	4	4	200	
13	3	3	200	

Pas évident de faire apparaître la limite attendue au A c) uniquement en répétant les 1000 tirages (touches F9 et observation de la moyenne) mais on peut augmenter le nombre de tirages. La moyenne attendue est  $20\% \cdot 300 + 50\% \cdot 150 - 100 = 35$

et le jeu est équitable pour  $a = \frac{100}{0,9} \approx 111$

Conclusion : bon exercice sur simulation et espérance d'une VA ; niveau 1°S