

**Objectifs :** Résolution graphique et algébrique d'équations.

Mettre un problème en équation.

\_ Résoudre une équation se ramenant au premier degré.

\_ Encadrer une racine d'une équation grâce à un algorithme de dichotomie.

**Résoudre dans  $\mathbb{R}$  une équation**, c'est trouver tous les réels  $x$  pour lesquels l'égalité est vérifiée.

**L'ensemble des solutions  $S$**  de cette équation est l'ensemble des réels  $x$  qui vérifient l'égalité.

Notation:  $S = \{ \quad ; \quad \}$

**1) Equation du premier degré  $ax+b=0$  :** Développer ; passer les termes en  $x$  dans un même membre et les autres termes de l'autre côté du signe  $=$  ; de la forme  $ax = -b$

- Si  $a=b=0$  alors  $S = \mathbb{R}$
- Si  $a = 0$  et  $b \neq 0$  alors  $S = \emptyset$

Sinon  $S = \left\{ -\frac{b}{a} \right\}$

Exercice 1 : Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations:

- $4(x + 1) = 9 + 4x$
- $3(2x - 5) = 2x + 10$
- $3(x + 5) - 3 = 3(x + 4)$

**2) Equation avec des  $x^2$  ou des  $x^3$  etc.... :**

**Equation  $x^2 = a$  :** Si  $a = 0$  alors  $S = \{ 0 \}$ ;

Si  $a < 0$  alors  $S = \emptyset$

Si  $a > 0$  alors  $S = \{ -\sqrt{a} ; \sqrt{a} \}$

Sinon

- **Factoriser** l'expression pour obtenir une **EQUATION PRODUIT** du type  $(\dots)(\dots) = 0$
- Ecrire la propriété : "**Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.**"
- Annuler chaque facteur
- Ecrire l'ensemble des solutions  $S = \{ \dots; \dots; \dots \}$

Exercice 2 : Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations :

- $3x^2 - 21 = 0$
- $(2x-3)^2 - 16 = 0$

**3) Résolutions graphiques d'équations**

Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions. Les solutions de  $f(x) = g(x)$  sont les abscisses des points d'intersection des courbes de  $f$  et de  $g$  s'ils existent. Lorsque la fonction  $g$  est une fonction constante égale à  $k$ , on retrouve la résolution graphique  $f(x) = k$ .

Les solutions graphiques de l'équation  $f(x) = 0$  sont les abscisses des points d'intersection de la courbes de la fonction  $f$  et de l'axe des abscisses.

Les solutions graphiques de l'inéquation  $f(x) < 0$  sont les abscisses des points de  $C_f$  situés en dessous de l'axe des abscisses.

Exercice 3 : On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x^2(x-11)$  et  $g(x) = x-11$

1. Tracer les courbes de ces deux fonctions sur votre calculatrice.
2. Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = g(x)$ .
3. Résoudre algébriquement l'équation  $f(x) = g(x)$ .
4. Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) = 0$ .
5. Résoudre algébriquement l'inéquation  $f(x) = 0$

#### 4) Mise en équation de problèmes

Etymologiquement : mot grec *Problema* , formé sur le préfixe *pro-* , *en avant* et le verbe *ballein* , *jeter*. Il signifie littéralement ce qu'on a *jeté devant soi*, donc *obstacle*.

##### Choix de ( des) inconnue(s) :

Préciser à quoi correspond la (les) lettre(s) choisie(s)  $x = \dots$ ,  $y = \dots$ ,  $t = \dots$

##### Mise en équation (ou inéquation, ou système) :

Traduction de l'énoncé par une (ou des) expressions mathématiques avec  $=$  ou  $<$ ,  $\leq$ ..

##### Résolution de l'équation (ou inéquation, ou système) :

Applications des calculs mathématiques

##### Conclusion :

Phrase de conclusion qui donne la réponse au problème posé.

Exercice 4 : Trouver un nombre réel qui, augmenté de sa moitié, donne 7.

Exercice 5 : Un père a 35 ans, son fils 7 ans. Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il le double de celui du fils ?

Exercice 6 : Age de Diophante ?

Sur la tombe de Diophante est inscrit une inscription qui apprend tout sur sa vie en utilisant un artifice arithmétique.

*« Il resta Enfant pendant le sixième de sa vie, après un autre douzième, ses joues se couvrirent de barbe, après un septième, il alluma le flambeau du mariage, cinq ans après il lui naquit un fils, mais celui-ci, enfant malheureux, quoique passionnément aimé, mourut arrivé à peine à la moitié de l'âge de son père. Diophante vécut encore quatre ans, adoucissant sa douleur par des recherches sur la science des nombres »*