

Brevet de technicien supérieur Nouvelle-Calédonie session novembre 2011 - Informatique de gestion

A. P. M. E. P.

ÉPREUVE OBLIGATOIRE

Durée : 3 heures

Coefficient : 2

Exercice 1

10 points

Les parties A et B de cet exercice peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Partie A

On considère le graphe orienté G de sommets A, B, C, D, E, F pris dans cet ordre, dont la matrice d'adjacence est :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Calculer les matrices M^2 et M^3 .
On admettra que, pour tout entier n supérieur ou égal à 4, M^n est la matrice nulle.
- Déduire de ce qui précède qu'il existe exactement 5 chemins reliant le sommet A au sommet F .
- Écrire le tableau des prédécesseurs pour les sommets du graphe G et déterminer le niveau de chacun de ces sommets.
Dessiner le graphe G en ordonnant les sommets par niveaux.
- Les sommets du graphe G correspondent à des villes. Le tableau ci-dessous donne les temps, en minutes, nécessaires pour aller d'une ville à l'autre en suivant une arête du graphe G . Par exemple, il faut 75 minutes pour aller de la ville A à la ville B .

	B	C	D	E	F
A	75		45	30	
B					20
C					25
D	20				50
E	40	35			

Déterminer le trajet de durée minimale, utilisant des routes autorisées par le graphe G , et permettant d'aller de la ville A à la ville F . On précisera la durée totale de ce trajet.

Partie B

Un commercial effectue régulièrement un trajet allant de la ville A à la ville F . Pour rompre la monotonie, il utilise aléatoirement des parcours différents. On admet qu'il utilise le trajet passant par la ville C dans 8 % des cas et le trajet de plus courte durée dans 40 % des cas. En 2011, ce commercial devra effectuer 50 fois le trajet.

Dans cette partie les valeurs des probabilités seront arrondies au centième.

1. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de fois, où en 2011, ce commercial utilisera le trajet passant par la ville C.
 - a. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.
 - b. Calculer $p(X = 5)$.
2. On admet que la loi de la variable aléatoire X peut être approchée par celle d'une variable aléatoire Y qui suit une loi de Poisson.
 - a. Quel est le paramètre de cette loi de Poisson ?
 - b. Calculer $p(Y \leq 4)$.
3. On note Z la variable aléatoire qui compte le nombre de fois, où en 2011, ce commercial utilisera le trajet de plus courte durée. On décide d'approcher la loi de Z par celle d'une variable Z , qui suit une loi normale.
 - a. Justifier que les paramètres de cette loi normale sont $m = 20$ et $\sigma = 2\sqrt{3}$.
 - b. Calculer $p(16,5 \leq Z \leq 23,5)$. En tenant compte de la correction de continuité, interpréter ce résultat relativement au nombre de trajets du commercial.

Exercice 2

7 points

Partie A

Le tableau ci-dessous donne l'évolution, tous les deux ans, du nombre de tués en France suite à un accident de la route, de 1994 à 2006.

n désigne l'indice de l'année à partir de 1994.

u_n désigne le nombre de tués en France suite à un accident de la route pour l'année (1994 + n).

1.

année	1994	1996	1998	2000	2002	2004	2006
$x = n$	0	2	4	6	8	10	12
$y = u_n$	10 709	8 638	8 253	7 742	6 126	5 593	4 709

D'après sources du ministère de l'intérieur, 2008.

1. À l'aide de la calculatrice, déterminer une valeur arrondie au millième du coefficient de corrélation linéaire r_1 , entre x et Y .
2. Étude d'un premier modèle
 - a. Déterminer par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression de y par rapport à x , sous la forme $y = mx + p$. On donnera un arrondi au millième de m et p .
 - b. Dédire de la question précédente une estimation, par ce modèle, du nombre de tués en 2011.
3. Étude d'un second modèle
On pose $Y = \ln y$.
 - a. Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les données au millième.

année	1994	1996	1998	2000	2002	2004	2006
$x = n$	0	2	4	6	8	10	12
$T = \ln y$	9,279	8,457

- b. À l'aide de la calculatrice, déterminer une valeur arrondie au millième du coefficient de corrélation r_2 , entre x et Y .
- c. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression de Y par rapport à x .
- d. En déduire, en utilisant cet ajustement, une expression de y en fonction de x sous la forme $y = ae^{bx}$. On arrondira a à l'unité et b au millième.

Partie B

On décide de modéliser l'évolution du nombre de tués sur les routes en France, par la fonction numérique f définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par

$$f(x) = 10551 \times e^{-0,065x}.$$

1. Étudier les variations de la fonction f et calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. Que peut-on en déduire quant au nombre de tués sur les routes ?
3. Calculer $f(22)$ et interpréter ce résultat.
4. En quelle année peut-on espérer arriver à moins de 1 000 tués par an sur les routes ?

Exercice 3

3, points

Un formateur d'un centre agréé par la Préfecture de Police doit organiser un stage de sensibilisation à la sécurité routière s'adressant à des personnes désireuses de récupérer 4 points sur leur permis de conduire. Pour définir un contenu, il doit tenir compte du profil des stagiaires. Il envisage les critères suivants :

- Les conducteurs expérimentés ayant été verbalisés pour des dépassements de vitesse inférieurs ou égaux à 20 km/h.
ou
- Les conducteurs expérimentés ayant été verbalisés pour des dépassements de vitesse supérieurs strictement à 20 km/h avec un taux d'alcoolémie inférieur ou égal à 0,5 g/L.
ou
- Les jeunes conducteurs ayant été verbalisés pour des dépassements de vitesse inférieurs ou égaux à 20 km/h avec un taux d'alcoolémie supérieur strictement à 0,5 g/L.
ou
- Les jeunes conducteurs ayant été verbalisés pour des dépassements de vitesse inférieurs ou égaux à 20 km/h avec un taux d'alcoolémie inférieur ou égal à 0,5 g/L.
ou
- Les conducteurs expérimentés ayant été verbalisés pour des dépassements de vitesse supérieurs strictement à 20 km/h quel que soit leur taux d'alcoolémie.

On modélise cette situation par une fonction booléenne f de trois variables a , b et c .

- La variable a désigne les jeunes conducteurs et a les conducteurs expérimentés ;
- la variable b désigne les dépassements de vitesse inférieurs ou égaux à 20 km/h et b les dépassements de vitesse supérieurs strictement à 20 km/h ;
- la variable c désigne un taux d'alcoolémie inférieur ou égal à 0,5 g/L et c un taux d'alcoolémie supérieur strictement à 0,5 g/L.

1. On admet que la fonction f s'exprime par :

$$f(a, b, c) = \bar{a}b + abc + \bar{a}\bar{b}c + ab\bar{c} + \bar{a}\bar{b}.$$

Expliquer ce que représente le terme $\bar{a}\bar{b}c$ dans cette expression.

2. Construire le tableau de Karnaugh de la fonction f , puis à l'aide du tableau simplifier f en justifiant la démarche.
3. Traduire l'expression simplifiée de f par une phrase simple.